

एम . ए . प्रथम वर्ष
अर्थशास्त्र
पेपर 3

संशोधन पद्धती आणि सांख्यिकी अर्थशास्त्र
**(Research Methodology & Statistics
For Economics)**

प्रकरण - १

प्रस्तावना

- १.० उद्दिष्टे
 - १.१ १.१ प्रस्तावना
- १.२ विषय विवेचन
 - १.२ १.१ आर्थिक संशोधनाचा अर्थ
 - १.२ १.२ आर्थिक संशोधनाची उद्दीष्ट्ये
 - १.२ १.३ संशोधनाचे स्वरूप आणि व्याख्या
 - १.२ १.४ अर्थशास्त्रीय संशोधनाचे महत्व
 - १.२ १.५ आर्थिक संशोधनच्या समस्या
- १.३ वैज्ञानिक पद्धत
- १.४ संख्याशास्त्राचा अर्थ, व्याख्या, आणि महत्व मर्यादा
- १.५ संशोधन समस्या, समस्या - निवड प्रक्रियेतील घटक
- १.६ १.६ १.१ गृहीतक
 - १.६ १.२ गृहीतकाचा अर्थ
 - १.६ १.३ गृहीतकाचे वैशिष्ट्ये
 - १.६ १.४ गृहीतकाचे महत्व
- १.७ संशोधन आराखडा - अर्थ प्रकार
- १.८ स्वयं अध्ययन प्रश्न
- १.९ सारांश
- १.१० परिभाषिक शब्द
- १.११ संदर्भसूची
- १.१२ सरावासाठी प्रश्न

१.० उद्दिष्टे

- ◆ आर्थिक संशोधनाचा अर्थ, स्वरूप, व्याप्ती, महत्व, समस्या यांचे अध्ययन करणे.
- ◆ वैज्ञानिक पद्धतीचा अभ्यास करणे
- ◆ संख्याशास्त्राचा अर्थ व्याप्ती, महत्व, मर्यादा यांचे अध्ययन करणे.
- ◆ संशोधन समस्यांचा अर्थ आणि समस्या निवड प्रक्रियेतील घटकाचा अभ्यास करणे.
- ◆ वृद्धीपकाचा अर्थ, वैशिष्ट्ये, महत्व यांचा अभ्यास करणे.
- ◆ संशोधन आराखड्याचा अर्थ, प्रकार यांचा अभ्यास करणे.

१.१.१ प्रस्तावना

संशोधक ज्ञान माहितीच्या आधारे आज्ञान माहितीचा शोध घेतात त्याला संशोधन म्हणतात. आर्थिक संशोधकाने नविन संशोधकाला मार्गदर्शन मिळते. एखादी समस्या तर्कशुद्ध व सर्वकष विचार करण्याची क्षमता वाढते. संशोधनाने समस्यांचे स्पष्टिकरण मिळते. आर्थिक नियंत्रण करून नियोजन करता येते. तसेच कोणत्याही संशोधनात संख्याशास्त्राची माहिती संशोधकास आवश्यक असते. त्यामुळे माहिती संकलनाचे वर्गीकरण सारणी मांडणी सूत्रबद्ध करून संशोधन कामाला गती मिळते. संशोधकाने मांडलेले विधान गृहीतक असते. संशोधकाला संशोधन कार्याला - दिशा मिळते. दिशा मिळते. संशोधन आराखडा तयार करतात त्यामुळे संशोधकाचे संशोधन त्वरीत पूर्ण करता येते.

१.२ विषय विवेचन

अर्थशास्त्रीय संशोधनाचा अर्थ स्वरूप, व्याप्ती महत्व स्पष्टीकरण केले आहे. संख्याशास्त्राची संशोधनात उपयुक्तता, महत्व स्पष्ट केले आहे.

संशोधन समस्याचा अर्थ बोध समस्या साधण्यास समस्या जाणीव, स्पष्टीकरण केले आहे. तसेच गृहीतकाचा अर्थ महत्व, प्रकार स्पष्ट केले. गृहीतकाने संशोधन कार्याला दिशा मिळते. संशोधन आराखडा तयार करून सूत्रबद्ध पद्धतीने मांडणी करून संशोधन काम वेळेच्या आत पूर्ण करता येते.

१.२ १.१ आर्थिक संशोधनाचा अर्थ

एखादी हरवलेली वस्तू शोधणे. पुन्हा पुन्हा शोध घेण्याची प्रक्रिया ज्ञात वस्तूच्या आधारे अज्ञात वस्तू शोधणे ----- चा वैज्ञानिक अर्थ अस्तित्वात असूनही अज्ञात आहे. म्हणजे अज्ञानाला ज्ञान जगात ओढून आणणे म्हणजे संशोधन होय. संशोधनाचा अर्थ म्हणजे शोध त्याला इंग्रजीत ----- म्हणजे पडदा बाजूला करणे जाणीवत भर टाकणे उदा. कोलवासने अमेरिकेला शोध लावला. अमेरिका अस्तीत्वात होती परंतु ज्ञात नव्हती त्याला कोलंबसने समुळी साहसी अभिनयाने अमेरिका सर्व जगाला परिचित झाली. संशोधनासाठी वेळ, पैसा काम खर्च करावा लागतो. त्यासाठी अनुसंधाना शब्द वापरतात. अनुसंधान लहान जुळणी असा अर्थ आहे. संशोधन = सं+शोधन स = संपूर्ण शोधन = संपूर्ण जो ज्ञात त्यात अजून अज्ञात शोधने” संशोधन म्हणजे ज्ञानाच्या एखाद्या शाखेत नविण तथ्ये किंवा माहिती आणि तत्वे शोधण्यासाठी केलेले काळजीपूर्वक प्रयत्न

व्याख्या

आर्थिक ज्ञानाचा शोध म्हणजे संशोधन

“विशिष्ट विषयासाठी आवश्यक माहिती मिळवण्यासाठी केलेला शोध म्हणजे संशोधन”

“संशोधन म्हणजे विविध घटनांचा अर्थपूर्ण शोध”

रेडमन आणि मोरी

नविन ज्ञान मिळवण्यासाठी केलेले पद्धतशीर प्रयत्न म्हणजे संशोधन.

सी. आर कोठारी

एखाद्या समस्येचे उत्तर शोधण्यासाठी हेतूपूर्वक आणि पद्धतशीर मार्गाने केलेल्या ज्ञानाचा शोध म्हणजे संशोधन

जॉन बेस्ट

संशोधन हे एखाद्या सुसंघटित ज्ञानसंस्थेच्या शोधाचे आणि विकासाच्या छायेने पद्धतशीर कार्य म्हणजे संशोधन.

संशोधन ही सतत चालणारी प्रक्रिया आहे. संशोधनाने एखाद्या विषयाचा पाठ्यांश, संकल्पना आणि अभ्यासपद्धतीचा विकास होतो. संशोधनाने समस्याचा अर्थ स्पष्ट होतो. संशोधनाने पुढील संशोधनाची नविन क्षितिजे शोधता येतात.

१.२ १.२ आर्थिक संशोधनाची उद्दिष्ट्ये

- (१) सध्यास्थितीत चालू असलेल्या आर्थिक घटना आणि परिस्थितीचे ज्ञान मिळवणे व त्याचे स्पष्टीकरण करणे.
- (२) भूतकाळात घडलेल्या आर्थिक घटना व त्यामुळे निर्माण झालेल्या परिस्थितीचे समग्र ज्ञान पकट करणे.
- (३) वर्तमान काळ आणि भूतकाळातल्या अनेक घटनांच्या व परिस्थितीचा परामर्श घेऊन भविष्य काळात उद्भवणाऱ्या आर्थिक परिस्थितीचा अंदाज व्यक्त करणे.
- (४) आर्थिक संशोधनातून अर्थशास्त्राचा अभ्यास विषय, अर्थशास्त्रीय संकल्पना आणि अर्थशास्त्राच्या अभ्यासपद्धती यांचा विकास करणे.

- (५) आर्थिक संशोधनामुळे आर्थिक समस्यांवर उपाय शोधणे, त्या समस्या पुन्हा निर्माण होणार नाहीत यासाठी आर्थिक नियोजन करणे ती उद्दीष्टे साध्य करता येतात.
- (६) नविन संशोधकांना, मार्गदर्शन करणे व नविन संशोधनाची दालने उघडी करणे.
- (७) आर्थिक संशोधनामुळे अर्थशास्त्राच्या अभसाला, शास्त्रीय व अनुमानात्मकदृष्ट्या, विचार करण्याची क्षमता प्राप्त होतहे. एखाद्या समस्येचा तर्कशुद्ध व सर्वकश विचार करण्याची प्रवृत्ती बळावते.

१.२ १.३ संशोधनाचे स्वरूप व व्याप्ती

मानवाचा ज्ञान मिळवण्याचा प्रयत्न प्राचिन काळापासून आहे. आपल्या गरजा भागवण्यासाठी त्याने हत्यारे तंत्रे वापरण्यास सुरुवात केली, सामाजिक समुह करून मानव एकत्रित रहात असल्यापासून ज्ञान मिळवण्याचा प्रयत्न करत आहे.

संशोधन म्हणजे सत्याचा शोध घेणे या प्रक्रियेत मानवी समाज विकासाबरोबर मानवी ज्ञानाचा हिस्सा वाढत गेला. नियोजन पद्धतीने व शास्त्रीय पद्धतीने मानवी जीवनाचा अभ्यास व संशोधन केले. समायिकपणे मते अमूर्त स्वरूपातील इंडिया मार्फत सत्याचा शोध संशोधनाचे मुलभूत उद्दीष्ट आहे. त्यामुळे मानवि जिवन अधिक सुखाची किंवा सुरक्षित किंवा सुसंस्कृत करणसासाठी प्रत्यक्ष अप्रत्यक्ष रीतीने उपयोग होणे आवश्यक असते.

१.२ १.४ अर्थशास्त्रीय संशोधनाचे महत्व

(१) आर्थिक प्रश्नांचे निर्मुलन नष्ट करणे

आर्थिक प्रश्न नष्ट करणे म्हणजे त्या प्रश्नांचे अज्ञान नष्ट करणे म्हणजे त्या प्रश्नांचे अज्ञान नष्ट करणे. आर्थिक संशोधनाने विविध आर्थिक घटनांच्या संदर्भात शास्त्रीय न्याय यामुळे ज्ञान प्राप्त होते. आर्थिक समस्या अज्ञानाने निर्माण होतात त्या समस्यांचे संशोधन करून अज्ञान दूर होते. अज्ञान व आर्थिक समस्या नष्ट करणे आर्थिक संशोधनाचे उद्दिष्ट आहे.

(२) आर्थिक कल्याणास सहाय्य

आर्थिक कल्याण-कार्यास वैज्ञानिक पातळीवर प्रतिष्ठा मिळते. अनेक कल्याण कार्य किंवा संस्था यशस्वीपणे पूर्ण करू शकतात. उदा. शेतकऱ्यांच्या आत्महतेचा प्रश्न सोडवायचा तर त्या समस्येचे स्वरूप, व्याप्ती इत्यादी संशोधन करून त्याविषयी ज्ञान प्राप्त होते. आर्थिक कल्याण कार्यास अर्थशास्त्रीय संशोधन सहाय्यक असते.

(३) आर्थिक प्राप्तीला मदत

आर्थिक बदलासाठी आर्थिक विकास आवश्यक असतो. आर्थिक प्राप्ती हा एक बदल त्याचा उद्देश आर्थिक, सामाजिक कल्याणाचा असतो. संशोध आपल्या ज्ञानाचा उपयोग सामाजिक आर्थिक प्राप्तीसाठी करतात.

(४) आर्थिक नियंत्रणास सहाय्य

अर्थशास्त्रीय संशोधनाने प्राप्त होणारे ज्ञान आर्थिक व सामाजिक नियंत्रणासाठी उपयोग होतो. आर्थिक विकास, प्रश्न या क्रियाशिल घटनांविषयी वस्तुनिष्ठ माहिती प्राप्त करून त्या आधारे अनेक प्रश्न सोडवणाऱ्या साधनांची निर्माती केली जाते.

(५) आर्थिक नियोजनाला मदत

आर्थिक नियोजनास योग्य दिशा देण्यासाठी अर्थशास्त्रीय संशोधनाला अधिक महत्व आहे. नियोजन आराखडा तयार करतांना लोकसंख्याप्रमाण, भांडवल उपलब्धता, परिक्षण, प्रशिक्षण, सुविधा, तंत्र, तंत्रज्ञान यांची उपलब्धता म्हणून पायाभूत सुविधा, निर्माण करतात. या सर्व घटनांचे ज्ञान आवश्यक असते. आर्थिक नियोजनासाठी अर्थशास्त्रीय संशोधन उपयुक्त असते.

(६) सामाजिक शास्त्राचा विकास

समाजशास्त्र, मानसशास्त्र, अर्थशास्त्र राज्यशास्त्र, वितीशास्त्र या सर्व सामाजिकशास्त्रे मानव समाजाशी संबंधीत आहेत. ही शास्त्रे स्वतंत्र तरी परस्परांशी संबंधीत आहेत. शास्त्राचख्या ज्ञानाचा फायदा दुसऱ्या शास्त्राला होतो.

अर्थशास्त्र, संशोधन फक्त आर्थिक घटनापुरते मर्यादीत नसून अध्यायन कार्य अधिक उपयोगी करण्यास नविन तंत्राचा शोध घेतात. त्यामुळे प्रत्येक घटनांचा अर्थ जाणून नियंत्रण ठेवतात.

(७) सैद्धान्तिक उपयोगिता

आर्थिक घटनांचे वस्तुनिष्ठ विश्लेषण आर्थिक संशोधनाने आर्थिक घटनांचे वस्तुनिष्ठ विश्लेषण आर्थिक संशोधनाने केले जाते. त्यामुळे समान, मानव, आणि आर्थिक नियमांसंबंधीच्या ज्ञानात वाढ होते. आर्थिक प्रक्रियेच्या संदर्भात विश्वसनीय ज्ञान व माहिती मिळते. संशोधनातून वस्तुनिष्ठ ज्ञानाच्या आधारे नविन सिद्धांत तत्वे मांडली जातात. ते सिद्धान्त आर्थिक सामाजिक जिवनाच्या संदर्भात असल्याने मानवी समाजाचे अज्ञान दूर होते आर्थिक प्रश्न होतात.

१.२ १.५ अर्थशास्त्रीय संशोधनाच्या समस्या

(१) चांगल्या अर्थशास्त्रीय संशोधनाची उणीव

कोणतीही संशोधने चांगल्या संशोधनाशिवाय होत नाही. संशोधनाकडे सर्व प्रकारची पात्रता असणे आवश्यक असते. संशोधन करतांना पूर्वाग्रह नसावा. त्याने केलेल्या संशोधनात एकनिष्ठ पाहीजे. बदलेवेळा अर्थशास्त्रीय संशोधन प्रत्यक्ष क्षेत्राला भेट न देता माहिती जमा करतात.

(२) माहिती जमा करण्याची अडचण

संशोधनास इतर व्यक्तीकडून माहिती जमा करावी लागते परंतु लोक सहकार्य करत नाही. कोणतीही अर्थात माहिती देण्यास तयार नसतात. आपण दिलेली माहिती आपल्या विरुद्ध वापरली जाईल अशी भीती वाटते. ज्या व्यक्तीकडून माहिती घेणार ते भेटतील असे नाही त्यामुळे माहिती जमा करण्यात अडचणी येतात.

(३) दुसऱ्यावर अवलंबून

अर्थशास्त्रीय संशोधन नेहमी इतरांवर अवलंबून असते. त्यामुळे अर्थशास्त्रीय संशोधनात अडथळा निर्माण होतो. संशोधन प्रत्येक गोष्ट स्वतः करत नाही तर इतरांची मदत घ्यावी लागते. इतरांकडून माहिती जमा करतात ते देण्यास तयार नसतात त्यामुळे प्रस माहितीसाठी दुसऱ्यावर अवलंबून रहावे लागते.

(४) तथ्ये/माहिती विश्लेषण, समस्या

तथ्य संकलनाशिवाय संशोधन कार्य पूर्ण होत नाही. संशोधनाचे निष्कर्ष तथ्यविश्लेषणावर आधारीत असतात. काही वेळा तथ्य विश्लेषण काम संशोधक सोयिनुसार करून घेतात त्यामुळे संशोधनाचा उद्देश सफल होत नाही. कोणत्याही प्रकारचा पूर्वाग्रह नसलेला तथ्य विश्लेषण मिळणे कठीण असते.

(५) प्रश्नावलीची समस्या

संशोधक प्रश्नावलीच्या सहाय्याने समस्येचा शोध करण्याचा प्रयत्न करत असेल तर प्रश्नावली तयार करण्याची समस्या निर्माण होते. संशोधक असे प्रश्न तयार करतो की ज्याची उत्तर होय किंवा नाही असे असते प्रश्नावली सरांची नसेल तर प्रश्नावलीची समस्या निर्माण होते.

१.३ वैज्ञानिक पद्धत (Scientific method)

मानव वैज्ञानिक पद्धतीचा वापर ज्ञान प्रक्रियेसाठी करतो. जमीन, हवा, पाणि, ऊन, पाऊस, ढग, आकाश, सूर्य, चंद्र, तारे, दिवसरात्र, प्राणी पक्षी, वनस्पती इत्यादी प्राथमिक ज्ञानाचा उपयोग करून वैवाहिक पद्धत विकसित झाली. नविन ज्ञान प्राप्त करण्यासाठी जी पद्धत वापरतात त्याला विज्ञानपद्धत म्हणतात.

व्याख्या

इन्सायक्लोपिडीया ब्रिटानिका नुसार वैज्ञानिक पद्धत ही सामुहिक संज्ञा आहे. विविध प्रक्रियेच्या मदतीने विज्ञानाची निर्माती होते. कोणतेही निरीक्षण-परिक्षणाची पद्धत की ज्यामुळे निरपेक्ष व व्यवस्थीज ज्ञानाची प्राप्ती होते.

जॉर्ज. ए. लुडबर्ग

ज्या सुव्यवस्थेत अवलोकन वर्गीकरण आणि माहिती किंवा तथ्याची व्याख्या केली जाते त्याला वैज्ञानिक पद्धत म्हणतात.

ए. वोलफ

परिक्षणाची अशी कोणतीही पद्धत की ज्यामुळे विज्ञानाची निर्मिती करून त्यास विकसित केले जाते त्याला वैज्ञानिक किंवा शास्त्रीय पद्धत म्हणतात.

आर. एन्. थौलेस

वैज्ञानिक पद्धत सुव्यवस्थेत तंत्र ज्याचा उद्देश सर्वसामान्य नियमाने शोधून काढणे म्हणजे वैज्ञानिक पद्धत कार्लपिअरसन

तथ्ये किंवा माहितीचे सावधपणे आणि तंतोतंत वर्गीकरण त्याच्यातील सहसंबंध, सर्जनशिलतेच्या मदतीने वैज्ञानिक नियमाचा शोध, ऋणदोष, समान कसोटी इत्यादी माहिती प्राप्त करणे म्हणजे विज्ञान पद्धत होय.

शास्त्रीय किंवा वैज्ञानिक पद्धतीची वैशिष्ट्ये

(१) सत्यपनशिलता

कोणत्याही काळात कोणत्याही वैज्ञानिकाने आपल्या अध्ययनाने काढलेला निष्कर्ष इतर कोणीही पडताळू शकतात. निष्कर्ष सत्य किंवा असत्य त्याची तपासणी करू शकतात. ही पद्धत सतत परीक्षणासाठी खुली असते.

(२) निश्चितता

वैज्ञानिक पद्धतीने निश्चित ज्ञानाची प्राप्ती होते. सर्व शाखांना एकच वैज्ञानिक पद्धत वापरतात या पद्धतीत शंका किंवा अनिश्चिततेस मुळीच स्थान नसते.

(३) वस्तुनिष्ठता

या पद्धतीत वस्तुनिष्ठता अधिक आहे. अध्ययनात जे प्राप्त झाले ते तसेच त्या तसे मांडणे म्हणजे वस्तुनिष्ठता असते. अध्ययन करणाऱ्याने आपले मन, मत, प्रभाव यांना वेगळे ठेवून निपक्षपातीपणे अध्ययन वस्तुनिष्ठ होते. या पद्धतीचा वापर मुळ स्वरूपाचे तथ्य अध्ययनासाठी केला जातो.

(४) सामान्यता

ज्ञानाच्या सर्व शाखांत या पद्धतीचा वापर केला जातो. वैज्ञानिक पद्धत प्रक्रियेतून नविन ज्ञान प्राप्त केले जाते. ते सामान्यपणे सत्य असते. नमुनापद्धतीचा वापर करून जे सत्य शोधतात त्याला सामान्य सत्य म्हणतात.

(५) पुर्वानुमान

वैज्ञानिक पद्धत कारण व परिणाम संबोध शोधता येतो. कोणत्या कारणाचे परिणाम कोणते त्या आकलन अध्ययन करणाऱ्यास झाले तर भविष्यकथन सुजन, सोपे होते. विज्ञान पद्धतीत पूर्वानुमानाची क्षमता असते.

वरील वैशिष्ट्ये संशोधनात असतील तर त्याला वैज्ञानिक शास्त्रीय पद्धत म्हणतात.

शास्त्रीय पद्धतीचे टप्पे / घटक

- (१) समस्या
- (२) गृहीत कृत्याची निर्मिती
- (३) संशोधन आराखडा निवडा
- (४) माहिती, आकडेवारी संकलन
- (५) प्रमाणीकरण - क्रमबद्ध वर्गीकरण सादरीकरण आलेख इत्यादी
- (६) माहिती आशय विश्लेषण
- (७) निर्वाचन
- (८) परिकल्पना किंवा गृहीतकाचे परिक्षण
- (९) सिद्धान्त निर्मिती
- (१०) सामाजीकरण

(११) संशोधन अहवाल

वरील प्रकार शास्त्रीय किंवा वैज्ञानिक आर्थिक संशोधनाची मांडणी असते.

१.४ संख्याशास्त्राचा (Statistics) अर्थ

संख्याशास्त्र - ही एक ज्ञान शाखा असून व्यावसायिक गणिताची शाखा आहे. भारतात संख्याशास्त्राचे मूळ कौशल्य अर्थशास्त्रातही आढळते. अर्थशास्त्र अभिज्ञासाठी संख्याशास्त्र व सांख्यिकीय शास्त्राचे किमान ज्ञान आवश्यक असते.

इंग्रजी भाषेतील Statistics सांख्यिकी हा शब्द जर्मनभाषेतील Statistic आणि --- भाषेतील Statistic यापासून घेतला आहे. त्याचा अर्थ राज्य किंवा सरकार असा आहे. Statistic शब्दाचा सर्वप्रथम वापर व उपयोग जर्मनीतील Gottfried Achenwall यांनी केले ते गणित तज्ञ असून संख्याशास्त्राचे जनदाते मानले जातात. संख्येची निर्मिती राजे महाराजांचे शास्त्र या स्वरूपात झाली. आपल्या राज्यात विविध विषयाचा अभ्यास करण्यासाठी सर्वेक्षण करत होते. या सर्वेक्षणात धनशक्ती, जनशक्ती सैन्यशक्ती यांचा समावेश केला जातो. भारतात चंद्रगुप्त मौर्य यांनी उत्तम खर्च, जन्म-मृत्यू, भूमी, सैन्य इत्यादींसंबंधी आकडे जमा केले. मोगल काळात राजा अकबर यांनाही आकडेवारी जमा केली. सर्व प्रगत देशात संख्याशास्त्राचा वापर सुरू झाला. सामान्य व्यक्ती संख्याशास्त्राचा अर्थ आकडे समजतात. सांख्यिकी व आकडे यांच्यात फरक मानत नाहीत. परंतु त्यात फरक आहे. प्राचिन काळात संख्याशाळा बहुवचनी अर्थाने वापर तर आधुनिक काळात या शास्त्राचा विकास झाल्याने सांख्यिकी एकवचनी स्वरूपात वापर करतात.

व्याख्या

वेबस्टर

ज्यांना एक दुसऱ्याचा संबंधित स्वरूपात केले जाते. अशा सांख्यिकी अनुसंधानाच्या कोणत्याही विभागातील सारांशाचे संख्यात्मक विवरण असते.

युले व केनडाल

सांख्यिकी राज्यातील लोकांच्या स्थितीबद्दल वर्गीकरण निष्कर्ष आहेत. निष्कर्ष संख्यात्मक किंवा सारणीकृत किंवा वर्गीकृत मांडणीनुसार सांगितले जातात.

क्रॉकसरन व क्रॉडेन

संख्याशास्त्रात आकडेवारी जमा करणे ती मांडणे तिचे विश्लेषण करणे, निष्कर्ष काढणे या सर्व प्रक्रियेचा समावेश म्हणजे संख्याशास्त्र होय.

बॉडीगटन

सांख्यिकी हे अनुमान व संभवनाचे शास्त्र असून आर्थिक प्रगतीशी घनिष्ठ संबंध असणारे शास्त्र आहे.

संख्याशास्त्राची व्याप्ती

संख्याशास्त्राची व्याप्ती दोन भागात विभागली आहे.

१. सांख्यिकीय पद्धती

यापद्धतीत सांख्यिकीय माहिती एकत्र करतात. ती सरळ व सोप्या भाषेत मांडतात. त्याची आपसात तुलना करता येते. कापडासाठी कापूस कच्चा माल त्यावेळी जमा केलेली प्रारंभीक आकडेवारी आणि कापसावर प्रक्रियेनंतरची आकडेवारी या स्वरूपात मांडणे म्हणजे सांख्यिकीय पद्धत असते.

(अ) आकडे जमा करणे

सांख्यिकीय अनुसंधाची प्रथम पायरी आहे. आकडे जमा करतांना त्यात शुद्धता असावी चुका काढून दाखवणे, आकडे जमा करतांना कोठून कसे किती ते महत्वाचे असते.

(ब) वर्गीकरण

जमा केलेले आकडे विशेषणानुसार वर्गीकरण करतात. तुलना करण्यास उपयुक्त असतात. वर्गीकरणात स्थान, प्रकार, वजन या तत्वाचा वापर करून मोठ्या आकड्यांना संक्षिप्त करतात.

(क) सारणीकरण

मांडणी योग्य करतात. विषयांशिक देऊन लिहितात. आकडे रकान्यात मांडणे, त्यांची उभी व आडवी मांडणी करणे, इत्यादीचा वापर करून निष्कर्ष काढता येतील अशी सारणी तयार करणे.

(ड) प्रस्तुतीकरण

आकडे उद्देशानुसार मांडणे, चित्र किंवा बिंदूषेवर स्पष्ट करणे. आकडे सोपे करून मांडणी करणे

(इ) विश्लेषण

सांख्यिकीय केंद्रीय प्रवृत्ती मापनाचा अपकरण, विषमता, देशनांक, कालमाला, सहसंबंध यांचा वापर करून परस्पर तुलना करणे.

(फ) निर्वचन

निष्कर्ष काढणे व सांख्यिकीय पद्धतीचे परिक्षण करणे.

(ग) पूर्वानुमान

उपलब्ध माहिती व प्राप्त निष्कर्षानुसार भविष्य अनुमान सांगतात. अर्थशास्त्र, राज्यशास्त्र, समाजशाळा, विज्ञान विश्लेषणासाठी सांख्यिकीय पद्धत वापरतात. व्यापक क्षेत्रात त्याचा वापर केला जातो.

२. व्यावहारिक सांख्यिकी

सांख्यिकीय सिद्धांताचा अभ्यास तर प्रत्यक्षात व्यवहारात सांख्यिकी प्रयोग त्याची सर्व माहिती सांख्यिकीत असते. संग्रहण विश्लेषण, प्रदर्शन जनसंख्या, उत्पादन, व्यापार यांचा समावेश आहे. व्यावहारिक संख्याशास्त्राचे वर्णनात्मक व्यावहारिक सांख्यिकी व वैज्ञानिक व्यावहारिक सांख्यिकी असे दोन भाग आहेत. वर्णनात्मक सांख्यिकीय भूतकाळ वर्तमान काळाचे सांख्यिकी अभ्यास त्यामध्ये जनसंख्या राष्ट्रीय उत्पन्न, कृषी उत्पादन, ----- यांचा समावेश आहे. तर वैज्ञानिक व्यावहारिक सांख्यिकीय नियम सिद्ध करतात. व्यावहारिक सांख्यिकीचे महत्व सतत वाढत आहे. त्यातूनच व्यावसायिक सांख्यिकीचा जन्म झाला.

संख्याशास्त्राचे महत्व

संख्याशाळा - मानवी जीवनाच्या प्रत्येक घटकाला मार्गदर्शन करणारे शास्त्र आहे. पूर्वी राज्य चालवण्यास आकड्याची गरज होती. विकासाबरोबर संख्याशास्त्राची गरज वाढून सामान्य जीवन सांख्यिकीय झाले आहे. जीवनाच्या विविध क्षेत्रात या शास्त्राचा प्रभाव आहे. ते पुढील घटनांनी स्पष्ट होते.

(१) राज्य आणि सांख्यिकी

सांख्यिकीचा उगम मुळातच राज्य चालवण्यासाठी झाला आहे. राज्याचा कार्याचा विस्तार झाला. राज्यात प्रत्येक घटकाचे ध्येय धोरण ठरवण्यास संख्याशास्त्राचा वापर करतात. उत्पन्न खर्च तयार करताना संख्याशास्त्राचा वापर केला जातो. उत्पन्न खर्च, जनसंख्या प्रतीव्यक्ती उत्पन्न, राष्ट्रीय उत्पन्न स्वास्थ्य, सामाजिक कल्याण सामाजिक सुरक्षितता इत्यादी अभ्यास संख्याशास्त्राशिवाय शक्य नसतो.

(२) सांख्यिकीयी सार्वत्रिक उपयोगिता

संख्याशास्त्राचा विज्ञानासारखा उपयोग केला जातो. सामान्य माणसाला दैनिक व्यवहारात या शास्त्रांनी प्रवेश केला आहे. ज्ञानाच्या व उच्च ज्ञानाच्या क्षेत्रात या शास्त्राचा वापर आवश्यक त्याशिवाय कार्याला अर्थ नसतो. विद्वानांना आपले मत स्पष्ट करण्यास संख्याशास्त्राचा आधार आहे. व्यापाऱ्यांना वैयक्तीक जीवनात मार्गदर्शन शास्त्र आहे. व्यक्ती किंवा समाज संख्याशास्त्राला अमर्यादीत महत्व आहे.

(३) मानवी समृद्धी

मानवाचे राहणीमान जीवननिर्वाह खर्च व प्रमाण जीवनस्तर इत्यादी मानवी कल्याणाचा अभ्यास संख्याशास्त्र

एक आधार असतो. क्षेत्र, देश, प्रदेश यांच्या राहणीमान खर्चाची तुलना करता येते. अर्थशास्त्रात कोणताही प्रश्न सोडवण्यास संख्याशास्त्राशिवाय शक्य नाही. उत्पादन विभाजन यांचाही अभ्यास संख्याशास्त्राने केला जातो.

(४) शासन संबंधास सहाय्य

शासन चालवण्यास सांख्यिकीचा उगम झाला. आलिकडे समस्या कठीण आहेत. बेरोजगार वाढीचे प्रमाण कीमी राष्ट्रीय उत्पन्न कोणत्या दराने वाढते, इतर देशाचे प्रमाण आयात निर्यात स्थिती इत्यादी सर्व घटकांचा परिणाम होतो त्यासाठी सरकारला धोरण ठरविता येते. कल्याणकारी राज्यात सांख्यिकी एक वरदान आहे. उत्पन्न खर्च वार्षिक उत्पन्न खर्च, कर्ज, इत्यादीसाठी संख्याशास्त्राची मदत घ्यावी लागते. सांख्यिकी प्रशासनाचे डोळे आहेत.

(५) आर्थिक नियोजन

राष्ट्राचा विकास व पुर्ननिर्माणसाठी नियोजनाचा अवलंब करतात. योग्य प्रकारचे व सत्य सांख्यिकी असल्याशिवाय नियोजन शक्य नसते. भारतात सांख्यिकी जमा करण्याचे काम सर्व कार्यालयात एका विभागात असते. संपूर्ण राष्ट्राचे निती व धोरण निश्चित होते. पंचवार्षिक योजनेचे यशअपयश सांख्यिकी साधनाने सांगता येते.

(६) अर्थशास्त्रीय महत्व

कोणत्याही शास्त्रात समस्या सोडवण्यास संख्याशास्त्र आधार क्षेत्रात अर्थशास्त्रात नियम व धोरण ठरविता येतात. उपभोग, उत्पादन, विनिमय, वितरण इत्यादींसाठी सांख्यिकी महत्वाचे आहे. राष्ट्रीय उत्पादन मापन उत्पादन संबंधी धोरण राष्ट्रीय संपत्ती भांडवलनिर्माती व्यवसाय प्राप्ती संपत्ती वितरण दरडोई उत्पन्न इत्यादीसाठी सांख्यिकीचा वापर करतात.

(७) उद्योग व वाणिज्याला सहाय्य

व्यवसाय व वाणिज्य यशस्वीतेसाठी सांख्यिकीची गरज असते. उत्पादक उत्पादनाचे परिणय मूल्य लाभ यांचा अनुमान ठरवून व्यापार निती ठरवितात. उत्पादन व भांडवलाची व्यवस्था आवश्यक असते. व्यवसाय मापनात सांख्यिकी महत्वाचे असते. जननीती, भविष्य अनुमान सांख्यिकी नुसार सांगता येतात.

संख्याशास्त्राच्या मर्यादा

(१) फक्त अभ्यासाची एकपद्धत

अभ्यासासाठी अनेक पर्याय पद्धती त्यापैकी ही एक पद्धत आहे. सामान्य जीवनात महत्वाची पद्धत परंतु पूर्णपणे निष्कर्ष मान्य होत नाही.

(२) सरासरी रूपाने सत्य

सांख्यिकीय नियम सिद्धान्त दिर्घकाळात सत्य असून सरासरी बरोबर असतात. परंतू शास्त्राचे नियम जिश्चित व कायम असतात. तसा निर्णय सांख्यिकी देत नाही. उदा. दहा स्त्रीयांना मुलगा किंवा मुलगी होणार त्यात पाच मुले आणि पाच मुली हे सांख्यिकीय सत्य तरी तसे होण्याची शक्यता कमी असते म्हणून सांख्यिकीय नियम सरासरीने बरोबर परंतू प्रत्यक्षात बरोबर नसतात.

(३) सजातीय असावे

सांख्यिकी एक सारखे पाहिजे. उदा. गव्हाचे एकच वेळी सवृ ठिकाणचे मूल्य गोळा केले तर काही अर्थ बोध गव्हाचे होऊन तुलना शक्य असते. परंतू सर्व ठिकाणी गव्हाचे मूल्य सारखे नसते.

(४) सांख्यिकीय पद्धतीचे ज्ञान आवश्यक

ज्यांना सांख्यिकीय ज्ञान नसते त्यांना निष्कर्ष काढता येत नाही. संख्याशास्त्राचा वापर करण्यास मर्यादा येते. अपूर्ण ज्ञान आधारे सांख्यिकीचा वापर तर निष्कर्ष चुकीचे मिळतात.

(५) संख्याशास्त्र एक साधन आहे.

संख्याशास्त्राचे काम माहीती जमा करून त्याची मांडणी करणे वर्गीकरण करणे असा आहे. परंतू कोणती

पद्धत वापरवी ते सांगत नाही. निष्कर्ष काढणे संख्याशास्त्राचे काम नाही.

(६) समूहाचे अध्ययन

सांख्यिकी अंक सर्व समूहाचे अध्ययन करतात. एका संख्येचा विचार करत नाही. त्या व्यक्तीचे अध्ययन करत नाही. सामुहिक घटनाचे अनुमान सांगतात परंतु व्यक्तीगत घटकांचा अभ्यास करत नाही.

१.५ संशोधन समस्या (Research Problem)

Problem हा इंग्रजी ग्रीक भाषेतील --- या शब्दापासून तयार झाला आहे. त्याचा अर्थ उलगडण्यासाठी दिलेलाप्रश्न तर मराठी समस्या शब्द वापरला जातो. समस्या म्हणजे उपलब्ध माहिती व साध्य यांच्यात निर्माण झालेला अडथळा होय. अडथळा व अडचणी मानवि जीवनाचा अविभाज्य भाग आहे. जीवनाच्या प्रारंभापासून ते आजपर्यंत व्यक्ती, समाज, संस्था, शासन समस्याग्रस्त असतात.

व्याख्या

पारसन्स

समस्या ही परिस्थितीची अशी निश्चित बाजू की ज्यामध्ये सुधारणा केल्यास अडचणीवर मात करता येते.

गिक्सन

समस्या ही अज्ञानात झेप घेण्यासाठी उपयोगात आणलेला स्प्रिंगबोर्ड आहे.

जाँनडिवे

चौकसपणे व समस्यामुक्त परिस्थितीला अंशात्मक रूपांतरण करून एका निश्चित व निर्धारित परिस्थितीत आणण्याच्या कृतीस समस्या म्हणतात.

या सर्व व्याख्येतून समस्यातील अडचण निराशा निर्माण करतात. समस्या प्रवृत्ती विषयानुरूप असते. दोन समस्या कधीच सारख्या नसतात. संशोधकाला सुरवातीस समान अडथळ्याचा सामना करावा लागतो. एकाच वेळी तीन समस्या असतात. (१) समस्यांची बोधक जाणीव (२) समस्या अभिज्ञान (३) समस्या सविज्ञास या तीन समस्या एकाच वेळी निर्माण झाल्याने संशोधकाची समस्या असुविधाजनक होते. कोणता निर्णय घ्यावा त्या संभ्रमात संशोधक असतो. या असुविधाजनक स्थितीतून बाहेर पडणे म्हणजे संशोधनाचा विषय निश्चित होते. संशोधनाची उद्दीष्टे ठरवितात हा बोधक जाणीव अडथळ पूर्ण केल्यावर समस्या अभिज्ञानाचा अडथळा निर्माण होतो. कोणत्या पैलूचा अभ्यास करणे कोणत्या घटकास किती महत्व कोणता घटक दुय्यम, कोणता घटक वगळणे इत्यादी निर्णय झाल्यास समस्या अभिज्ञानाचा अडथळा पूर्ण होतो. त्यानंतर समस्या सविज्ञास पूर्ण करण्यास समस्या अर्थासह स्पष्ट करतात. समस्या निश्चित आकृतीबंध स्वरूपात मांडतात. समस्या समजल्यास समस्या सविन्यास काय सुरु होते समस्या संशोधन आराखडा तयार करण्यापूर्वी काही घटक किंवा बाबींचा विचार

- (१) संशोधकासाठी निवडलेल्या विषयाचे प्राथमिक ज्ञान पाहिजे.
- (२) विषयाला अनुसरून शिर्षक देणे. शिर्षकात भावनिकता व अतिशयोक्ती नसावी.
- (३) संशोधन व्याप्ती अवाढव्य किंवा संकुचित नसावी
- (४) ज्या गूणानुसार --- ची निवड त्याचे स्पष्टीकरण व व्याख्या स्पष्ट पाहिजे.
- (५) संशोधन विषयाचे सखोल अध्ययन करणे.
- (६) संशोधन सामुग्रीचे स्रोत किंवा मार्ग माहित होतात.
- (७) संशोधक संशोधनासाठी किती वेळ पैसा खर्च करणार त्याचे विभाजन करणे.
- (८) ज्याच्या मार्गाने माहिती संकलन त्याची नोंद करणे.
- (९) संशोधनाने तटस्थ व निरपेक्ष दृष्टीने संशोधन करणे.

वरील सर्व घटकांचा विचार समस्या आराखडा तयार करण्यापूर्वी लक्षात घेतात. समस्यातून काय शोधायचे ते स्पष्ट करणे विषयाची निवड माहिती संकलन, माहितीचे विश्लेषण इत्यादींसाठी समस्या सूत्रबद्ध पद्धतीने मांडणी करतात.

१.६ १.१ गृहीतक किंवा उपकल्पना

सामाजिक संशोधनात संशोधन समस्या निश्चित केल्यावर संशोधन कार्य यशस्वीपणे पूर्ण करण्यास संशोधनात विधान मांडणी करतात. त्यानुसार संशोधन अनुमान काढतात. त्या विधानास सामाजिक संशोधनात गृहीतक किंवा अपकल्पना म्हणतात. गृहीतकाने संशोधकाला संशोधनाच्या दिशा मिळते. उदा. वस्तीगृहात विद्यार्थ्यांमध्ये व्यसनाधिनतेचे प्रमाण जास्त आहे.

संशोधनाचे संशोधन वैयक्तिक हेतूसाठी नसून समाजासाठी उपयुक्त असते. घटना घडण्याचे कारण आणि ज्ञान नसलेल्या घटना या दोन चलतील परस्पर संबंध गृहीतकाने स्पष्ट होतो.

१.६ १.२ गृहीतकाचा अर्थ

व्याख्या

लेबसरचा शब्दकोश

गृहीतक म्हणजे गृहीत धरलेले विधान होय

पॉलिनयंग

ज्या आधारे संशोधनाचे कार्य केले जाते असे कामचलाऊ विचार म्हणजे गृहीतक होय.

गड व हॅट

गृहीतक म्हणजे असा अनुमान की जे तथ्य किंवा माहिती निरीक्षणावर आधारलेले असून त्यामुळे भविष्य संशोधनास गती मिळते.

लुडबर्ग

ज्या विधानाची सत्यता पारखणे असे विधान एक काल्पनिक अनुमान असतो त्याला गृहीतक म्हणतात.

इ.एस.बोगार्डस

परिक्षण केल्या जाणाऱ्या विधानास गृहीतक म्हणतात.

एफ.जे. मॅकगुईन

दोन किंवा अधिक चलांच्या कार्यक्षम संबंधांचे परिक्षण करणारे विधान म्हणजे गृहीतक होय.

डॉ. गंगाधर कायदे व पाटील

ज्या विधानाने संशोधनाची उद्दीष्टे, हेतू साध्य होण्यास मदत त्याला गृहीतक किंवा अपकल्पना म्हणतो.

१.६ १.३ गृहीतकांची वैशिष्ट्ये

- (१) सामाजिक संशोधन समस्या संदर्भात संशोधकाने मांडलेले अनुमान असतात.
- (२) संशोधन कार्याला निश्चित दिशा मिळते.
- (३) समस्या निराकरण करण्याच्या पूर्वज्ञानाने गृहीतकाची निर्मिती होते.
- (४) दोन किंवा दोनापेक्षा जास्त चलातील संबंध स्पष्ट होतो.
- (५) संशोधन कार्य चालू ठेवून सत्यशोधण्याचा प्रयत्न संशोधक करतात.
- (६) गृहीतक वैज्ञानिक पद्धतीची प्रथम पायरी त्यामुळे सत्याचा शोध घेतात.
- (७) कामचलाऊ विधान म्हणजे गृहीतक असते.
- (८) निवडलेले विधान वादग्रस्त नसावे.
- (९) गृहीतक निश्चित पाहीजे.
- (१०) संशोधना एक किंवा एकापेक्षा जास्त गृहीतक असू शकतात.
- (११) तथ्याच्या स्वरूपाचा गृहीतक अनुमान व्यक्त करते ते अनुमान संशोधकाला मार्गदर्शक असतात.
- (१२) गृहीतकाने तथ्य किंवा माहितीचे निरीक्षण केले जाते.

गृहीतकाचे उदाहरणे

वाढती लोकसंख्या आणि औद्योगिकरण हे दारिद्र्याचे कारण आहे.

भांडवलदार श्रमीकांचे शोषण करतात. जमिनीची प्रत शास्त्रीय पद्धतीने ठरविल्यास उत्पादन चांगले प्राप्त होते. झोपडपट्टीत रहाणाऱ्या युवकात गुन्हेगारीचे प्रमाण जास्त आढळून येते.

१.६ १.४ गृहीतकाचे महत्व - - - -

संशोधनाचे कार्य पूर्ण करण्यास गृहीतक महत्वाचे असते. संशोधनात गृहीतकाच्या विविध संकल्पनाचा विचारानुसार गृहीतकाचे महत्व स्पष्ट होते.

(१) माहिती आणि तथ्याचे स्पष्टीकरण

गृहीतकाने संशोधनास प्रोत्साहन मिळते. संशोधन कार्य पूर्ण करतांना संशोधकाने संकलीत केलेली माहिती व तथ्याचे स्पष्टीकरणाचे काम गृहीतक करते.

(२) पडताळणी पद्धत निश्चित करणे.

संशोधनात विविध माहिती संकलन उद्दिष्टानुसार संशोधक करतात. विविध मार्गाने माहिती जमा करतात. त्या माहितीची उपयुक्तता व विश्लेषण करण्यास गृहीतक उपयुक्त असते. कारण ती माहिती गृहीतकाच्या परिक्षणास उपयुक्त आहे. किंवा नाही त्यासंबंधी निश्चिती संशोधकाला करता येते.

(३) चौकशीची पद्धत स्पष्ट करणे.

संशोधन उपलब्ध विविध सांख्यिकीय माहितीचे विश्लेषण आणि संशोधन उद्दिष्टानुसार माहिती संकलन व कार्यपद्धत ठरवतांना गृहीतकाचा उपयोग होतो. दोन किंवा अधिक घटकांचा परस्पर संबंध स्पष्ट होतो. संशोधन कार्य निश्चित करण्यास गृहीतक उपयोगी असते.

(४) वेळ व पैशाची बचत

संशोधन माहिती संकलन विविध पद्धतीने करतात. विषय दृष्टि निश्चित झाल्यास संशोधक पूर्वज्ञान आधारे गृहीतक तयार करतात. संशोधनाने गृहीतक तयार केले नाही तर संशोधन काम पूर्ण करता येत नाही. त्यामुळे विविध समस्या निर्माण होऊन वेळ आणि पैशांचा अपव्यय होतो. तो होऊ नये म्हणून संशोधनात गृहीतकाचे कार्य महत्वाचे असते. संशोधनाला योग्य दिशा मिळते.

(५) संशोधन विषयक मर्यादाची निश्चिती

संशोधक संशोधन मर्यादा लक्षात घेतात. एकच संशोधक विविध पैलूंचा अभ्यास करू शकत नाही. तसे केले तर वेळ पैसा किती लागेल त्याचा अंदाज नसतो. संशोधन कार्य योग्य दिशेने व योग्य वेळेत पूर्ण करण्यासाठी संशोधन मर्यादा ठरवतात. संशोधनमर्यादा व कार्यक्षेत्र ठरवल्यास गृहीतक उपयोगी असते.

(६) संशोधन प्रयोग व निरीक्षणाचा अवलंब करण्यास

मार्गदर्शन - गृहीतकाने संशोधनाला योग्य दिशा मिळते गृहीतक सामान्यज्ञानावर आधारीत असते. गृहीतक मांडलेल्या विधानाचे शास्त्रीय पाद्धतीने परीक्षण करतात. संशोधन माहिती व तथ्याचे संकलन करतांना कोणत्या ठिकाणी प्रयोग पद्धत व कोणत्या ठिकाणी निरीक्षण पद्धत अवलंब करणे. ते गृहीतकाने स्पष्ट होते. उदा. झोपडपट्टीत शिक्षणाचे प्रमाण कमी आहे. झोपडपट्टीमध्ये शैक्षणिक गुणकलेचा अभाव आढळतो. झोपडपट्टीत मोलमजूरी करणाऱ्याचे प्रमाण जास्त आहे. या तीन गृहीतकात कोणत्या गृहीतकात निरीक्षण पद्धतीचा वापर व कोणत्या गृहीतकात प्रयोगपद्धतीचा वापर ते संशोधकाला गृहीतकांना समजते.

(७) पुरावे जमा करणे

संशोधक संशोधनात विविध उद्दिष्टानुसार माहितीचे संकलनास गृहीतक उपयोगी असते. संशोधनातील प्रारंभीक समस्या पूर्व ज्ञानाने निराकरण करण्यास संशोधनकास सूचलेले विधान गृहीतक असते. संशोधनकाला माहिती पुरावे जमा करता येतात. उदा. दारिद्र्य रेषेखालील लोकांचे उत्पन्न अतिशय कमी आहे.

(८) संशोधनात निश्चित प्रदान करणे

संशोधनाने संशोधनासाठी निवडलेला विषय संदर्भात संशोधन कार्य कोणत्या पद्धतीने पूर्ण करणार,

संशोधनाची उद्दीष्टे कोणती, कोणते घटक तपासणे, माहिती विश्लेषणासाठी कोणत्या संख्याशास्त्रीय तंत्राचा वापर इत्यादी प्रश्न समजणे आणि निश्चितता प्रदान करण्यास गृहीतक उपयुक्त असते.

वरील सर्व घटकानुसार गृहीतकाचे महत्व स्पष्ट होते. संशोधनाचे कार्य योग्य दिशेने योग्य वेळेत पूर्ण करता येते सत्य निष्कर्ष काढता येतात.

१.७ संशोधन आराखडा

संशोधन आराखड्याचा अर्थ

संशोधन कार्य सुरु करण्यापूर्वी संशोधकाने तयार केलेली रूपरेषा म्हणजे संशोधन आराखडा होय. संशोधन कार्यात संशोधन आराखड्याला अधिक महत्वाचे स्थान कारण संशोधनाला योग्य दिशा व गती देण्यासाठी संशोधन आराखडा तयार केला जातो. उदा. घर बांधकाम करण्यापूर्वी विविध कामाचे नियोजन करतात. प्लॉट, क्षेत्रफळ डिझाईन, बालकनी, पार्कींग टेरीस किचन, बेडरूम त्यासाठी सिमेंट, लोखंड, मजूर किती इत्यादीचा विचार करतात. त्याप्रमाणेच संशोधन आराखडा तयार करताना विविध पैलूंचा अभ्यास व बाकी लक्षात घेतात. आराखडा तयार करण्यापूर्वी समस्या प्रस्तावना संशोधन उद्दीष्टे, गृहीतक, समस्याचे स्पष्टीकरण संशोधनपद्धत, माहिती संकलन विश्लेषण प्रकरणरचना वेळापत्रक इत्यादी घटकांचा विचार करतात. विद्यार्थी परिक्षेपूर्वी अभ्यासाची तयारी करतो सर्वविषयाचे अभ्यासाचे वेळापत्रक तयार करतो म्हणजेच आराखडा तयार करतात. संशोधन आराखड्यामुळे संशोधनात सुसुत्रता निर्माण होते. संशोधन प्रक्रियेला गती मिळते. संशोधकाला संभाव्य अडचणीचा अंदाज येतो. त्यामुळे वेळ पैसा शक्ती/श्रम यांचा अपव्यय टाळता येतो.

व्याख्या

रसेल ॲकॉफ – संशोधन आराखडा म्हणजे विशिष्ट प्रश्नांसंबंधी निष्कर्ष प्रस्तापीत करण्यासाठी आणि त्या संबंधी संशोधन करण्यापूर्वी संशोधन कार्यातील संभाव्य परिस्थिती संदर्भात निर्णय करण्याची प्रक्रिया म्हणजे संशोधन आराखडा होय.

एम. एन. केर्लिजर – संशोधन योजना नुसार रचना आणि संशोधन विषयक प्रश्नांची उत्तरे प्राप्त करणे म्हणजे संशोधन आराखडा होय.

मिलर – संशोधन पूर्ण करताना त्यात सवृ प्रक्रियेचे नियोजनबद्ध सुसूत्रिकरण म्हणजे संशोधन आराखडा होय.

जनरल डेड – चौकशीचे नियोजन आराखडा आणि व्यूहरचना अशा पद्धतीने की त्यामधून संशोधन समस्येचे उत्तर मिळते त्याला संशोधन आराखडा म्हणतात.

डॉ. गंगाधर कायदे व पाटील – संशोधन कार्य सुरु करण्यापूर्वी संशोधन विषय स्वरूप, उद्देश संकल्पना, माहिती संकल्पन, विश्लेषण संभाव्यकाळ, वेळ, पैसा, किती लागणार या बाबत माहिती देणारा आराखडा म्हणतात.

संशोधन आराखड्याचे प्रकार (Types of Research design)

(१) स्पष्टीकरणात्मक किंवा अन्वेषणात्मक आराखडा

संशोधनाचा मुख्य उद्देश सामाजिक घटनात्मक मुळाशी असलेल्या कारणाचा शोध घेण्याचा असतो. त्यानुसार संशोधक संशोधनाशी संबंधित घटनाचे स्वरूप, परिणाम, वस्तुस्थिती, त्यासंबंधीत कारणे यांचा वस्तुनिष्ठ पद्धतीने शोध घेऊन आराखडा तयार करतात. त्याला संशोधनात्मक आराखडा म्हणतात. या आराखड्याने संशोधन विषय निवड केल्यावर गृहीतक तयार करण्यास मदत होते. विविध घटकांचा अभ्यास करता येतो संशोधनातील संभाव्य अडचणीची माहिती मिळते संशोधनात कोणत्या पद्धतीचा अवलंब करणे अपरीचित घटकांबाबत माहिती मिळवणे, संशोधन कार्य विश्वसनीय पद्धतीने होते. विज्ञान क्षेत्राचा विकास इत्यादीसाठी आराखडा उपयुक्त असतो. आराखड्यात संशोधकाला शिर्षकानुसार माहिती सर्वेक्षणातून मिळते. मासिके, लेख, वृत्तपत्र, नियतकालिके पुस्तके, ग्रंथ यांचा उपयोग करता येतो. कोणत्याही घटकाचा अभ्यास

करून परस्पर विरोधी माहिती एकत्र करून आत्मपरीक्षण पद्धत अवलंब करून विश्लेषण करण्यास हा आराखडा उपयुक्त असतो.

(२) वर्णनात्मक संशोधन आराखडा

जेव्हा संशोधन संबंधी प्रश्नासाठी वास्तविक माहितीनुसार वर्णनात्मक विवेचनाचा उद्देश त्यावेळी असा आराखडा तयार करतात. त्याला वर्णनात्मक आराखडा म्हणतात. वैज्ञानिक पद्धतीचा वापर शक्य नाही त्यावेळी असा आराखडा तयार करतात. उदा. भारतात विविध जाती समुहात त्या जातीसमुहाचे आर्थिक व सामाजिक अध्ययनासाठी वर्णनात्मक आराखडा उपयुक्त असतो. संशोधकाने संशोधनासाठी विशिष्ट जाती जमातीचे गट, उपगट, शिक्षण, निवास, व्यवसाय, कुटुंब, कुटुंबातील संख्या इत्यादी अनुषंगाने विश्लेषण करण्यास हा आराखडा उपयोगी असतो. या आराखड्यात वैज्ञानिक पद्धत किंवा तंत्राचा वापर करता येतो. अशाप्रकारचा आराखडा तयार करता येतो. अशाप्रकारचा आराखडा तयार करतांना संशोधकाने अभ्यास विषय निवड माहिती संकलन तंत्र यांचा वापर करून विज्ञाननिष्ठ संशोधन करतात.

वर्णनात्मक आराखडा तयार करतांना, उद्दिष्ट निश्चित करणे, माहिती जमा करणे, संशोधन क्षेत्र व्यापक तर नमुना निवड पद्धतीचा अवलंब करणे. नमुना निवडतांना पूर्वग्रह नसावा. माहिती संकलन करून परिक्षण करणे प्राप्त माहिती नुसार विश्लेषण करून अहवाल तयार करणे. व्याप्ती, भाषा सरळ व सोपी असावी इत्यादी बाबी वर्णनात्मक आराखड्यात असतात.

(३) निदानात्मक संशोधन आराखडा

ज्ञानाचा विकास आणि विशिष्ट समस्या अध्ययन वास्तविक स्वरूपात करणे त्यावेळी निदानात्मक संशोधन आराखडा तयार करतात. ज्याप्रमाणे डॉक्टर विविध चाचण्यांनुसार रोग्याला चांगला करण्यास औषधी सांगतात त्याप्रमाणे संशोधक संशोधनात उपाय सांगतात. या आराखड्यात विशिष्ट समस्येचे कारण माहित करून उपाय सांगतात त्यासाठी निदानात्मक संशोधन आराखडा उपयुक्त असतो. वैज्ञानिक पद्धतीचा अवलंब करून गृहीतक निर्माण करतात. समस्येचे ज्ञान असल्याशिवाय उपाय सांगिता येत नाही. या आराखड्याने समस्येचे तात्काळीन स्वरूप समजून घ्यायचा असतो. त्यामुळे गृहीतक महत्वाचे असते.

(४) प्रयोगात्मक किंवा परिक्षणात्मक आराखडा

समाजशास्त्रात संशोधनात प्रयोगपद्धत अवलंब करून संशोधनास वास्तव स्वरूप स्पष्ट करतात. त्यावेळी प्रयोगात्मक आराखडा उपयुक्त असतो. संशोधनाविषयक स्थिती पूर्वनिश्चित आणि पूर्वनिश्चित परिक्षणानुसार सामाजिक घटनांचे योग्य पद्धतीने केलेले अध्ययन त्याला प्रयोगात्मक आराखडा म्हणतात. नियंत्रित अवस्थेत केलेले निरीक्षण म्हणजे प्रयोग होय. प्रयोगा पूर्वीची पद्धत, प्रयोगनंतरची पद्धत, प्रयोजनपूर्वी व प्रयोगानंतर निष्कर्ष विश्लेषण करण्यास या तीन पद्धतीचा वापर करतात. उदा औद्योगिक प्रगतीमुळे सामाजाचे जीवनमान बदलले आहे. या विश्लेषणासाठी औद्योगिकरण पूर्वी, औद्योगिकरण नंतरची स्थिती विश्लेषण संशोधक करतात.

(५) पायलट संशोधन आराखडा

बहुतेक वेळा संशोधक माहिती संकलनासाठी पायलट अभ्यास करतात. प्रशासकीय व संघटनात्मक अभ्यास करण्यासाठी हा आराखडा उपयुक्त असतो.

१.८ स्वयंअध्ययन प्रश्न

प्र.१. थोडक्यात उत्तरे लिहा.

- (१) संशोधनाची उद्दिष्ट्ये कोणती?
- (२) गृहीतकाची वैशिष्ट्ये सांगा.
- (३) संशोधनाचे महत्व सोगा
- (४) संशोधन आराखडा म्हणजे काय?
- (५) संशोधन समस्या म्हणजे काय?

प्र.२. एक ते दोन वाक्यात उत्तरे लिहा.

- (१) संशोधन आराखड्याचे प्रकार कोणते?
- (२) गृहीतकांचा अर्थ सांगा.
- (३) संख्याशास्त्राच्या मर्यादा सांगा
- (४) संख्याशास्त्राची व्याप्ती सांगा.

प्र.३ सविस्तर उत्तरे लिहा.

- (१) अर्थशास्त्रीय संशोधनाचा अर्थ, उद्दिष्टे, महत्व आराखडा.
- (२) संख्याशास्त्राचा अर्थ, महत्व, आणि मर्यादा सांगा.
- (३) गृहीतकाचा अर्थ, महत्व स्पष्ट करा.
- (४) संशोधन आराखड्याचे प्रकार सविस्तर स्पष्ट करा.

१.९ सारांश

ज्ञान माहितीच्या आधारे अज्ञान माहिती शोधणे म्हणजे संशोधन होय. सत्याचा शोध घेणे म्हणजे संशोधन होय. संशोधनाने आर्थिक प्रश्न निर्मुलन आर्थिक कल्याण, आर्थिक नियंत्रण, आर्थिक नियोजन, सामाजिक शास्त्राचा विषय, सैद्धांतिक उपयोग, इत्यादीसाठी महत्व आहे. कोणत्याही संशोधनात संख्याशास्त्राची गरज असते. माहितीचे वर्गीकरण मांडणी सरासरी, इत्यादीसाठी संख्याशास्त्राची आवश्यकता असते. गृहीतक संशोधकाने मांडलेले विधित असते. त्यामुळे संशोधनाचे काम योग्य दिशेने पूर्ण करता येते. संशोधन आराखड्याने संशोधनात सुसूत्रता निर्माण होते. संशोधन कार्याला गती मिळते.

१.१० परिभाषिके शब्द

संशोधन -	Research
संख्याशास्त्र -	Statistics
गृहीतक -	Hypothesis
संशोधन आराखडा -	Research Design

१.११ संदर्भ सूची

- (१) रा. र. बारुडे (२००५) संशोधनपद्धती शास्त्र, पुणे विद्यार्थी गृह प्रकाशन
- (२) खैरनार दिलीप (२००२) प्रातसामाजिक संशोधन पद्धती व सांख्यिकी, डायमंड पब्लिकेशन पुणे.
- (३) आगलावे प्रदिप (२००१) सामाजिक संशोधन पद्धती, शास्त्र व तंत्रे, श्रीईनाथ प्रकाशन, नागपूर.
- (४) बोधनकर सुधीर, अलोणी विवेक, अॅड. कुळकर्णी मृणाल, (२०११) सामाजिक संशोधन पद्धतीचे, साईनाथ प्रकाशन, नागपूर.
- (५) पाटील वा. भा (२०१०) संशोधन पद्धती प्रशांत पब्लिकेशन, जळगांव
- (६) कुळकर्णी बी. डी. ढमढेरे एस. व्ही (२००७) अर्थशासकीय संशोधन पद्धती, डायमंड पब्लिकेशन, पुणे.

१.१२ सरावासाठी प्रश्न

- (१) आर्थिक संशोधन म्हणजे काय? आर्थिक संशोधनाचे महत्व स्पष्ट करा.
- (२) गृहीतकाचा अर्थ सांगून गृहीतकाचे महत्व स्पष्ट करा.
- (३) संशोधन म्हणजे काय? संशोधन आराखड्याचे प्रकार सांगून स्पष्ट करा
- (४) संशोधनात संख्याशास्त्राचे महत्व स्पष्ट करा.



प्रकरण - २

तथ्य संकलन आणि नमुना निवड तंत्र संकलन

२.०	उद्दिष्टे	
२.१	२.१	प्रस्तावना
	२.२	विषय विवेचन
२.२	१.१	तथ्य संकलन
	१.२	तथ्य संकलनाचा अर्थ प्रकार, महत्व
	१.३	माहिती संकलन पद्धती - प्राथमिक माहिती आणि दुय्यम माहितीचे गुण-दोष
२.३		नमुना निवड
	१.१	नमुना निवडीचा अर्थ
	१.२	नमुना निवडीचा आधार
	१.३	नमुना निवडीची प्रक्रिया
	१.४	नमुना निवडीची प्रकार
	१.५	नमुना निवडीचे फायदे - दोष
२.४		नमुना निवड पद्धतीचे प्रकार
	१.१	यादृच्छिक नमुना निवड
	१.२	स्तरीत यादृच्छिक नमुदना निवड
	१.३	एककपुंज नमुना निवडपद्धत
	१.४	सपयोजन नमुना निवड पद्धत
	१.५	कोरा नमुना निवड पद्धत
२.५		स्वयंअध्ययन प्रश्न
२.६		सारांश
२.७		परिभाषिक शब्द
२.८		सदर्भसूची
२.९		सरावासाठी प्रश्न

२.० उद्दिष्टे

- ◆ तथ्य संकलनाचा अर्थ, प्रकार, महत्व यांचे अध्ययन करणे.
- ◆ तथ्य संकलनाच्या पद्धतीचा अभ्यास करणे आणि त्याचे गुणदोष अभ्यास करणे.
- ◆ नमुना निवडीचा अर्थ आधार, प्रकार यांचे अध्ययन करणे.
- ◆ नमुना निवड पद्धतीचे प्रकाराचा अभ्यास करणे.

२.१.१ प्रस्तावना

आपल्या ज्ञानेंद्रियाच्या आधारे घेणारा स्थितीबोध किंवा व्यक्त जाणीव त्यांची नोंद करणे म्हणजे तथ्य संकलन असते. प्राथमिक तथ्य संकलन प्रश्नावली निरीक्षण, मुलाखत, सूची या तंत्राचा वापर करून संकलन करतात. तर दुय्यम तथ्य व्यवस्थित माहिती, चरित्र, आत्मचरित्र, जीवनचारित्र्य, प्राथमिक अहवाल, अंतरराष्ट्रीय अहवाल, पुस्तके, मासिके, शासकीय गॅझेट वेतनमान पत्रे, शासकीय रेकॉर्ड, संशोधन अहवाल, जुने लेख या मार्गाने संकलीत करतात. संशोधनात नमुना निवड प्रतिहाय पाहिजे. नमुना सजातीय पर्याप्त, प्रतिनिधीक या स्वरूपाचा नमुना निवडला पाहिजे. सहेतुनमुना निवड संभाव्य असंभाव्य नमुना निवड सहेतु नमुना निवड संभाव्य नमुना निवड या तंत्राचा वापर करून नमुना निवड करतात. नमुना निवडपद्धतीचे यादृच्छिक नमुना निवड स्तरीत यादृच्छिक नमुना निवड एककपुंजनमुना निवड सहयोजन नमुना निवड कोटा नमुना निवड इत्यादी प्रकार आहेत.

२.२ विषय विवेचन

तथ्य संकलनाचा अर्थ महत्व यांचे स्पष्टीकरण केले आहे. संशोधनात प्राथमिक माहिती आणि दुय्यम माहिती कोणत्या मार्गाने माहिती संकलन करतात त्याचे स्पष्टीकरण केले आहे. नमुना कसा निवडला जातो, नमुना प्रक्रीया कशी असते, नमुना निवडीचे प्रकार कोणते त्याचे स्पष्टीकरण केलेले आहे. नमुना निवडपद्धतीची विविध प्रकार आहेत. त्याचे सविस्तर चर्चा केली आहे.

२.२ २.१ तथ्यसंकलन किंवा माहिती संकलन (Collection of Data)

२.२ २.२ तथ्यसंकलनाचा अर्थ

ज्ञानेंद्रियाच्या आधारे होणारा स्थितीबोध किंवा व्यक्त जाणीव त्यांचा सादृणत नोंद करणे म्हणजे तथ्यसंकलन होय. ती माहिती प्रगट स्वरूपाची असते. अनुसंधता (Investigatro) उतरदात्पाला (Respondent) प्रश्न विचारतो म्हणजे तो त्याला चेतना (Stimulation) देतो याचा अर्थ अनुसंधाकाचे प्रश्न चेतक असतात. काही वेळा उत्तरदात्या समोर ठेवलेली वस्तू चेतक असते त्याचे उत्तरे देतो म्हणजे प्रश्नावर आपला प्रतिसाद Probl व्यक्त करतात. प्रतिसादाची अभिव्यक्ती उत्तरदात्याच्या मनातील मानसिक ठसा (Impresion) असतो त्या मानसिक ठसाचे प्रस्तुतिकरण (Presentation) असते म्हणजे उत्तरदाता प्रश्नाचे उत्तर देतो ते उत्तर प्रकट झाले त्याचे तथ्याच्या स्वरूपात नोंद होते त्याला तथ्यसंकलन म्हणतात.

चेतक (प्रश्न) - प्रतिसाद - मानसिक ठसा - प्रस्तुतिकरण - अभिव्यक्ती - अर्थबोध - तथ्य - नोंद याप्रमाणे माहिती संकलन केले जाते.

व्याख्या

पॉलिनयंग - तथ्यांना भौतिक, शारीरिक, मानसिक, घटनात्मक रूपात पाहून खात्री करून भाव्यजगात सत्य म्हणून स्विकारतात त्याला तथ्य संकीन म्हणतात.

दुर्घिर्म - सामाजिक तथ्य व्यवहारांचा की ज्याचे निरीक्षण वस्तुनिष्ठ स्वरूपात शक्य आणि ते विशिष्ट पद्धतीने करण्यास सांगितले जाते त्याला तथ्य संकलन म्हणतात.

फेअरचाईल्ड - तथ्य घटना आहे ज्याचे निरीक्षण व मापनाच्या विषयाबाबत जास्त प्रमाणात सहमत आढळते त्याला तथ्य संकलन म्हणतात.

गट व हॅट - तथ्य एक अनुभवसिद्ध सत्यपरिक्षण असते.

तथ्यसंकलनाचे प्रकार किंवा स्रोत

(१) प्राथमिक तथ्य

- | | |
|-----------------|-----------------|
| (अ) प्रश्नावली | (आ) निरीक्षण |
| (इ) मुलाखत | (ई) सूची |
| (२) दुय्यम तथ्य | |
| (अ) व्यक्तीगत | |
| (१) दैनंदिनी | (२) पत्रे |
| (३) आत्मचरित्रे | (४) जीवनचरित्रे |
| | (५) स्मरण |

(२) सार्वजनिक तथ्य

- (अ) प्रकाशित

(१) विविध अहवाल

- | | |
|-------------------------|------------------------|
| (अ) आंतरराष्ट्रीय अहवाल | (२) आयोग्य समिती अहवाल |
| (इ) विविध संशोधन संस्था | |

(२) इतर

- (१) पुस्तके (२) मासिक
(३) शासकीय गॅझेट (४) वेतमान पत्रे

(ब) अप्रकाशित

- (१) शासकीय रेकॉर्ड (२) संशोधन अहवाल
(३) जुने लख

तथ्यसंकलन किंवा माहिती संकलनाचे महत्व

(१) घटनेचे विश्लेषण

संशोधनातील घटना भूतकालीन किंवा वर्तमानकालीन त्यानुसार माहिती जमा करून त्याचे विश्लेषण करून घटना आणि घटक यांच्यातील कार्यकारण संबंध शोधतात.

(२) भौगोलिक अभ्यास

अर्थशास्त्र संशोधनात मौलनिक पद्धतिचा वापर करतात. आर्थिक समस्या समजावून घेण्यासाठी ऐतिहासिक पार्श्वभूमीचा विचार करतात.

(३) निष्कर्षात विश्वसनियता

अर्थशास्त्र संशोधनात तथ्यसंकलन आणि तथ्ये विश्लेषणात मांडलेले निष्कर्ष वस्तुनिष्ठ पाहिजे. वस्तुनिष्ठ शास्त्रीय मूल्यावर आधारलेले निराकर्ष महत्वाचे असतात. प्राथमिक माहितीनुसार काढलेले निष्कर्ष योग्य मानतात.

(४) निष्कर्षाचे पुर्नमूल्यांकन

अर्थशास्त्रात समस्या व्यक्तीच्या वर्तनाशि संबंधित असतात संशोधकाने समस्या नुसार जे निष्कर्ष काढले त्याचे काळानुसार पुर्नमूल्यांकन करणे संशोधकास करता येते

(५) समस्या निराकरणास सहाय्य

तथ्यसंकलनाने विविध घटनांचे कार्यकारण संबंध स्पष्ट होतात. तसेच तथ्य संकलनाने त्याच्या आधारानुसार समस्या निराकरण करता येते.

(६) प्रशासनात महत्व

शासकीय प्रशासनास तथ्य संकलनाने मिळणाऱ्या माहितीच्या आधारे विविध सामाजिक विघटनकारी समस्या निवारण्यासाठी उपाययोजना तयार करता येतात.

(७) सत्याचा शोध

तथ्य संकलनाने वास्तविक माहिती मिळते त्यानुसार सत्य शोधून काढता येते.

(८) वास्तविक घटनांचे स्पष्टीकरण

तथ्ये संकलनाने वास्तव स्वरूपात घडलेली घटना तिचे स्पष्टीकरण करता येत. वस्तुनिष्ठ निरीक्षण केले जाते.

२.२.३ माहिती संकलनाच्या पद्धती

एखाद्या घटनेची वस्तुस्थिती जाणण्यासाठी संख्यात्मक व गुणात्मक माहिती जमा करण्याच्या पद्धतीला आकडेवारी किंवा माहिती जमा करण्याच्या पद्धती म्हणतात.

(१) प्राथमिक माहिती किंवा आकडेवारी

संशोधक मुलाखात प्रश्नावली, अवलोकन यांच्या सहाय्याने प्रत्यक्ष क्षेत्रात जाऊन प्रथम संशोधकाने उद्दीष्टानुसार जमा केलेल्या आकडेवारीस प्राथमिक माहिती म्हणतात. संशोधनासाठी ही माहिती उपयुक्त असते.

प्राथमिक माहितीचे फायदे

- (१) समस्या विषयी प्राथमिक माहिती संकलन होते.
- (२) समस्याची पार्श्वभूमी स्पष्ट होते.
- (३) संशोधकाला विषयाचे अध्ययन करण्यास दिशा मिळते.
- (४) संशोधनात वास्तवता निर्माण होते.
- (५) विधि तंत्राचा वापर प्रश्नावली मुलाखत यांचा वापर करून माहिती संकलन करतात.
- (६) संशोधकास प्राथमिक माहितीनुसार दुय्यम माहितीशी समन्वय साधून कार्यकारण भाव स्पष्ट करता येतो.
- (७) सेशांधकाचा वेळ पैसा श्रम यांची बचत होते.
- (८) संशोधन काम त्वरीत पूर्ण होते.

प्राथमिक माहितीचे दोष

- (१) कार्यवेळा प्रश्नकर्ता किंवा मुलाखत देणत्याने चुकीची माहिती दिली तर निष्कर्ष योग्य मिळत नाही.
- (२) संशोधकास प्राथमिक माहिती जमा करण्यास वेळ, पैसा, श्रम, अधिक लागतात.
- (३) व्यक्तिनिष्ठ घटकांचा प्रभाव प्राथमिक माहितीवर अधिक असतो.
- (४) नमुना निवडण्यात चुक झाली तर चुकीची माहिती प्राप्त होते.
- (५) बहुतेक वेळा चुकीची माहिती सांगतात त्यामुळे वरवर स्वरुपाची माहिती जमा होते.

(२) दुय्यम माहिती

एखाद्याने आधी जमा केलेली आकडेवारी संशोधक आपल्या संशोधनासाठी संकलीत करून वापरतो त्याला आकडेवारीला दुय्यम माहिती म्हणतात. उदा. जनगणना किंवा राष्ट्रीय उत्पन्न शासकीय पातळीवर प्रथम जमा केल्यास ती आकडेवारी प्राथमिक असते. ती आकडेवारी विविध क्षेत्रात संशोधक वापरतात त्यावेळी ती दुय्यम स्वरुपाची असते. वर्तमानपत्रे, मासिके, सरकारी नियतकालीके यांनी प्रकाशित केलेली आकडेवारी संशोधक संशोधनात वापरतात त्याला दुय्यम आकडेवारी म्हणतात. ही माहिती प्रकाशित व अप्रकाशित साधनामार्फत जमा करतात. प्रकाशित साधने विविध कार्यालयीन अहवाल केंद्र राज्य मध्यवर्ती संघटनेनुसार प्रकाशित सांख्यिकी आकडेवारी मासिके इत्यादी तर अप्रकाशित साधने संशोधन संख्या सरकारी दप्तर, शासकीय गॅझेट्स इत्यादी माहिती नुसार संकलन करतात त्याला दुय्यम माहिती म्हणतात.

दुय्यम माहितीचे फायदे

- (१) सत्य माहिती मिळते.
- (२) समस्या सोडवण्यास मदत होते.
- (३) व्यक्तीगत मतास स्थान नसल्याने संशोधनात वस्तुनिष्ठता आणि वास्तवता निर्माण होते.
- (४) विविध प्रकाशित व अप्रकाशित साधनाने माहिती जमा करतात.
- (५) घटनाविषयी अंज्ञा सांगून कार्यकारणभाव स्पष्ट करता येतो.
- (६) संशोधकाला माहितीचे विश्लेष करता येते.

दुय्यम माहितीचे दोष

- (१) दुय्यम माहिती सध्याच्या संशोधकास उपयुक्त व अर्थपूर्ण असेलच असे नाही.
- (२) असामान्य परिस्थितीत जमा केलेली आकडेवारी सद्यास्थितीत लागू होईलच असे नाही.
- (३) अयोग्य पद्धतीने आकडेवारी किंवा माहिती जमा होण्याची शक्यता असते.
- (४) आपल्या संशोधन दृष्टीने सदर माहिती अचूक असतेच असे नाही.
- (५) दुय्यम आकडेवारी उशीरा प्रकाशित तर त्याचा उपयोग संशोधकाला होत नाही. कालबाह्य माहिती किंवा आकडेवारी उपयुक्त इतर नाही.
- (६) शासकीय कार्यालयातून खरी माहिती मिळणे कठिण असते त्यात अडचणी आल्यातर संशोधन कामास वेळ लागतो.

२.३ नमुना निवड (Sampling Technique)

२.३ १.१ नमुना निवडीचा अर्थ

सामाजिक सर्वेक्षणाचे सर्वसामान्य सर्वेक्षण विशिष्ट सर्वेक्षण, नियमित सर्वेक्षण, तात्पुरते सर्वेक्षण प्रारंभिक सर्वेक्षण, अंतिम सर्वेक्षण, वैज्ञानिक सर्वेक्षण, नमुना सर्वेक्षण असे आठ प्रकार आहेत. ज्यावेळी संशोधन क्षेत्र व्यापक आणि सर्व समुपाय कुटुंब, व्यक्ती, संस्था, इत्यादी माहिती प्राप्त करतो संशोधकास शक्य नसते त्यावेळी नमुना निवड पद्धत वापर करतात. संपूर्ण घटका अवैज्य विशिष्ट घटक प्रतिनिधीक म्हणून निवड करतात. नमुना निवडीत विविधता असते. प्रातिनिधीक गट लक्षात घेऊन माहिती संकलीत करतात. त्या माहितीचे विश्लेषण करून निष्कर्ष काढतात.

सामाजिक संशोधनात समुदायाच्या समस्या किंवा एकाकाशी संपर्क करून माहिती जमा करण्यास जनगणना पद्धत म्हणून ओळखली जाते. प्रतिनिधीकडून माहिती जमा न करता त्या समुदायाच्या निवडक प्रतिनिधीशी संपर्क करून माहिती जमा करतात त्याचे विश्लेषण करतात तयला नमुना निवड पद्धत म्हणतात. लहान नमुना निवड करून निष्कर्ष काढतात. समाजशास्त्रज्ञ प्रा.ए.एल बाऊले यांनी १९१२ मध्ये नमुनापद्धतीचा सर्व प्रथम वापर केला त्यांनी कुटुंबांचा अभ्यास करतांना २० कुटुंबांपैकी एका कुटुंबाची निवड केली म्हणजे ५ टक्के कुटुंबे नमुना म्हणून निवड केली त्यांचा अभ्यास करून निष्कर्ष काढला. उदा. गहू, तांदूळ, दाळी खरेदी करतांना विशिष्ट नमुना पहातात.

व्याख्या

गुड व हॅट – नमुना एक विस्तृत समुहाचा लहान प्रतिनिधी असतो.

श्रीमंती यंग – एकासांख्यिकीय नमुना म्हणजे संपूर्ण समुहाच्या किंवा एकूण भागापैकी निवडलेला एक भाग असतो.

बोगार्डस – कोणत्याही एकाकाच्या एका समुहातील एकनिश्चित ---- निवडणे.

फ्रॅकमर्टन – नमुना शब्द प्रयोग एखादा एकक किंवा संपूर्ण समुहाच्या भागाला लागू पडतो.

डॉ. गंगाधर कायदे व पाटील – नमुना पद्धतीत सर्व व्यापक क्षेत्राच्या घटकांचा अभ्यास न करता यापैकी प्रतिनिधीक घटक निवड करून त्याचे निरीक्षण करून माहिती संकलन करणे ती नमुना प्रतिनिधीक असते.

२.३ १.२ नमुना निवडीचा आधार (Base of Sampling)

नमुना निवडण्यासाठी सामान्य ज्ञान, तर्क आणि व्यावहारिक अनुभव विचारात घेतात नमुना पक्षपात न राहता पयाप्त स्वरूपात पाहिजे, नमुना निवडीसाठी पुढील तीन आधार आहेत.

(१) सजातीय नमुना

संशोधकाने संशोधन क्षेत्र आणि घटकापैकी विशिष्ट प्रशित प्रमाणात निवडलेला घटक एकसारखे पाहिजे. उदा. महाविद्यालयात विद्यार्थ्यांची उंची महाविद्यालयीन विद्यार्थ्यांचे पालकांचे उत्पन्न इत्यादी संशोधन विशिष्ट उद्दिष्टांसाठी त्या वेळी त्या संशोधनाचा उद्देश पूर्ण करण्यासाठी माहिती व तथ्ये निवडतांना सहजातीय तथ्याचा विचार करतात.

(२) नमुन्यातील पर्याप्तता

सांख्यिकी नमुना संपूर्ण समुहाचा निवडलेला एक भाग असून संपूर्ण समुहाचे प्रतिनिधीत्व करतो. ती निवड पर्याप्त स्वरूपाची पाहिजे. उदा. प्रा. बाऊले यांनी २० कुटुंबांपैकी एका कुटुंबाची निवड केली म्हणजे ५ टक्के कुटुंबाची निवड केली आधुनिक काळात निष्कर्ष अचुक राहण्यास ५ ते १० २ टक्के इतक्या प्रमाणात नमुना निवड विचारात घेतात त्यामुळे निष्कर्ष अचुक मिळतात.

(३) नमुन्यातील प्रतिनिधिकता

सामाजिक संशोधनात नमुना निवड महत्वाची असते. संशोधनात निष्कर्ष एकूण घटकांचे प्रतिनिधीत्व अर्थशास्त्र - पेपर ३ | १९

करण्यासाठी नमुना निवड प्रतिनिधिक पाहिजे. तो नमुना संपूर्ण समुहाचे प्रतिनिधित्व करणारा पाहिजे. त्यामुळे सखोल अभ्यास करून गुणात्मक निष्कर्ष काढतात.

२.३ १.३ नमुना निवडीची प्रक्रिया (Sample Process)

संशोधकाला मिळणारे निष्कर्ष अधिक विश्वसनिय आणि धोरण ठरविण्यास उपयुक्त असते. त्यासाठी नमुना प्रातिनिधिक निवडला पाहिजे. नमुना निवड करताना खालील घटक किंवा निकषांचा विचार केला जातो.

- (१) नमुना घटक कोणत्या निकषावर आधारित आहे.
- (२) संशोधनास उपलब्ध एकूण घटकांपैकी निश्चित घटकांची निवड करणे.
- (३) निवडलेल्या नमुनासाठी एकक निर्धारित करणे.
- (४) नमुना निवडल्यावर विविध प्रकारची माहिती नमुन्याकडून संकलीत करणे.
- (५) संशोधकाला एकूण माहिती मिळाल्यानंतर नमुना आकार निश्चित करून नमुना पद्धत ठरविणे.
- (६) एकूण घटकांची निवड केल्यानंतर सर्वसमावेशक नमुना आकार निवडून सांख्यिकीय पद्धतीने विश्लेषण करणे.
- (७) नमुन्याची विश्वसनियता मापन करणे.

या नुसार नमुना शास्त्रशुद्ध आणि प्रतिनिधिक होण्यास प्रथम प्रश्नाच्या संदर्भात अभ्यास करणे तो प(श्च योग्य शब्दात मांडणे प्रश्नाशी निगडित सर्व संकल्पना स्पष्ट पाहिजे. त्यानंतर नमुना निवडीसाठी जे घटक पाहिजे त्यांची निवड करणे ती निवड वस्तुनिष्ठ असावी व्यक्तीनिष्ठ घटकांना स्थान नसावे. वस्तुनिष्ठ व शास्त्रीय पद्धतीने नमुना निवड तर तो नमुना प्रातिनिधिक असतो. नमुना पद्धतीत संभाव्य चुका टाकणे नमुना निवड साधी व सरळ पाहिजे. या प्रकारे नमुना निवड केली पाहिजे.

२.३ १.४ नमुना निवडीचे प्रकार (Types of sampling)

१. संभाव्य नमुना निवड (Probability Sampling)

ज्यावेळी एकक निवड करण्यास संभाव्यता समान असते. प्रत्येक एककाला नमुना निवडीची संधी असते म्हणून त्याला संभाव्य नमुना निवड म्हणतात. संभाव्य नमुना निवडीचे प्रकार खालील प्रमाणे

(आ) लॉटरीपद्धत

संशोधकाने उपलब्ध एककास क्रमांक देतात. क्रमांक स्वतंत्र कागदावर लिहून क्रमांकाचे कागदी तुकडी पेटीत टाकतात. पेटीतील क्रमांक एकमेकात मिसळल्यावर त्या पेटीतील कागदी चिड्डी काढतात. त्यात जो क्रमांक निघेल त्या घटकांची नमुना निवड करतात त्याला लॉटरी पद्धत म्हणतात.

(ब) कार्ड किंवा तिकीट पद्धत

नमुना निवडीची ही पद्धत संशोधकाला उपयोगी असते. कार्ड किंवा तिकीट तयार करण्यास निवडलेला कागदाचा रंग आकार सारखा पाहिजे. निवडलेल्या कागदावर एकूण घटकाचे नाव लिहून क्रमांक देतात त्याचे कार्ड तयार करतात. सर्व कार्ड एका आकाराचे व रंगाचे एका गोल ड्रममध्ये टाकून हलवितात त्यानंतर आवश्यक नमुना निवडीसाठी एक कार्ड काढतात. पुन्हा ड्रम हलवून नमुना निवडतात. याप्रमाणे आपल्याला लागणारे नमुना निवड करतात. त्या कार्डावर नाव आणि क्रमांक असते.

(क) ठराविक क्रमपद्धत

या पद्धतीत एकूण घटकांना १,२,३,४ क्रमांक देऊन संशोधक त्या क्रमांकाची नोंद करतात. एकूण घटकांपैकी जेवढे घटक निवडायचे त्यासाठी विशिष्ट क्रम ठरवितात. उदा १०० कुटुंबांपैकी १० कुटुंब निवडायचे तर १,१०,२०,३०,४०,५०,६०,७०,८०,९० या क्रमांकाचे कुटुंबे निवडले जातात. ठराविक क्रम पद्धत अवलंब करून नमुना निवडतांना वस्तुनिष्ठतेपेक्षा व्यक्तीनिष्ठता अधिक असते.

(ड) ग्रीडसिस्टीम

भौगोलिक प्रदेशांना घटक मानून विशिष्ट घटकांचे अध्ययन करण्यास भौगोलिक नकाशा तयार करतात.

त्याचा उपयोग विशिष्ट प्रदेश संशोधनासाठी निवडला जातो. त्याप्रमाणे उपयोग विशिष्ट प्रदेश संशोधनासाठी निवडला जातो त्याप्रमाणे त्या भागाची माहिती संकलन करून विश्लेषण करतात.

(इ) कोटा पद्धत

एकूण घटकाचे विभाजन करून किती एकक निवड करणे ते संशोधक ठरवतात. प्रत्येक विभागातील घटक निवड करून नमुना निवडतात त्याला कोटा पद्धत म्हणतात. क्रिकेट संघ निवडतांना उत्तर, दक्षिण, पूर्व, पश्चिम असे भाग लक्षात घेऊन संघ निवडतात. या पद्धतीने चांगला खेळाडूवर अन्याय होण्याची शक्यता असते.

(फ) अनियमित क्रमांक पद्धत

एककाची निवड करतांना प्रथम आणि अंतिम संख्या सोडून कोणत्याही एककावर खूण करून अंकाची निवड करतात त्याला अनियमित क्रमांक पद्धत म्हणतात. उदा ३, १७, २४, ३२, ४८, ५४, ६८, ७३, ८७, ९९, एकूण १०० घटकांपैकी या पद्धतीने संशोधक नमुना निवड करतात. त्याला अनियमित क्रमांक पद्धत म्हणतात.

२. असंभाव्य नमुना निवड (Non Probability Sampling)

ज्यावेळी संशोधनात नमुना निवड करतांना सर्व एककाची निवड शक्य नाही त्यावेळी असंभाव्य नमुना पद्धत वापरतात. या पद्धतीने नमुना निवडीवर नियंत्रण रहात नाही.

३. सहेतुकनमुना निवड - (Purposive Sampling)

संशोधनात संशोधक विशिष्ट हेतूने काही घटक निवड करतांना तांत्रिक संबंध लक्षात घेऊन नमुना निवड करतात त्याला सहेतुक नमुना निवड म्हणतात. विशिष्ट उद्देशानुसार नमुना निवडतात. संशोधकाला एकक निवडण्याचे स्वातंत्र्य असते. या पद्धतीने पक्षपातीपणा निर्माण होतो.

४. संभाव्य नमुना निवड

एकूण घटकांपैकी एकाची निवडीची संभाव्यता समान असते. प्रत्येक घटकाला नमुना निवडीची संधी त्याला संभाव्य नमुना निवड म्हणतात. साधा नमुना व्यवस्थाबद्ध नमुना, स्तरीत नमुना, बहुपदी नमुना असे या नमुन्याचे चार प्रकार आहेत. या पद्धतीने सांख्यिकीय तंत्राचा वापर करून नमुना निवडतात.

अशा रीतीने नमुना निवडीचे चार प्रकार विभाजन आहे. संशोधन त्यांचा वापर करून नमुना निवडतात.

२.३ १.५ नमुना निवडीचे फायदे

- (१) नमुना निवड पद्धत वापराने वेळ, श्रम, पैसा यांची बचत होते.
- (२) प्रातिनिधीक नमुना तयार होतो. नमुना आकार मर्यादीत राहून सखोल अभ्यास करता येतो.
- (३) मोठ्या भौगोलिक भागाचे लहान लहान गट समान निकषानुसार नमुना निवड त्यामुळे कमी वेळेत अभ्यास केला जातो.
- (४) नमुना निवडीने संकलीत केलेल्या माहितीचे काळजीपूर्वक छाननी किंवा तपासणी करतात.
- (५) नमुना चाचणीचा संबंधीत अभ्यास घटकांशी करून सुसंवाद साधून विश्वसनीयता वाढते.
- (६) नमुना पद्धतीने मर्यादीत घटकांचा प्रशिक्षित अन्वेषणाचा वापर करतात.
- (७) अप्रगत देशात आर्थिक व इतर समस्यांचा एकाच वेळी अभ्यास करण्यास नमुना निवडीने शक्य होते.
- (८) नमुना निवड पद्धतीत मोठ्या प्रमाणात संघटन व नियंत्रणाची स्वतंत्र सोय करण्याची गरज नसते.

नमुना निवडीचे दोष

- (१) नमुना निवडीसाठी नमुना घटक निवडी निवडतांना पूर्वग्रह टाळणे शक्य नसते.
- (२) निवडलेला नमुना सर्व समग्र्याच्या पूर्णपणे प्रतिनिधीक असेल ते सांगता येत नाही.
- (३) नमुना प्रतिनिधिक करण्यास संख्याशास्त्रीय तंत्राचा वापर करणे परंतु त्या अत्यंत कठीण असते. संख्याशास्त्रीय तंत्राचा पूर्ण अभ्यास संशोधकाची संख्या कमी असते.
- (४) नमुना मर्यादीत नमुन्यावर आधारित असल्याने एखादी चुक निष्कर्षावर मोठा परिणाम करते.

- (५) नमुना चाचणीचे निष्कर्ष सर्व संग्राला लागू होत नाही. कारण प्रत्येक समस्याचा संबंध सामाजिक शास्त्रात मानवी व्यवहारांशी आहे. दोन व्यक्ती समान वेतन करत नाही ते आल्याला माहित नसते. म्हणून निष्कर्ष सर्वांना लागू होत नाही.

२.४ नमुना निवड पद्धतीचे प्रकार (Types of Sampling methods)

संशोधनाचा विषय, मनुष्यबळ, वेळ पैसा इत्यादी सर्व घटकांचा विचार करून नमुना निवड पद्धतीचे विविध प्रकार संशोधनासाठी वापरतात ते खालील प्रमाणे आहेत.

२.४ २.१ यादृच्छिक नमुना निवड ---

संशोधकाने ज्या एककाचा अभ्यास करणार ते स्पष्ट करणे नमुन्यात समाविष्ट केले जाणारे एकक समान पाहिजे. एककाची निवड शास्त्रीय पद्धतीने केली जाते. एकक निवडीत पक्षपात नसावा. संग्रामातील प्रत्येक एकक निवडला जाण्याची समानसंभाव्यता निर्माण करणे या पद्धतीची खरी कसोटी असते. प्रतिनिधिक नमुना निवडीसाठी खालीलपद्धतीचा वापर करतात.

(अ) लॉटरीपद्धत

समजातील एकूण संख्या माहित असेल तर त्या प्रत्येक एककासाठी स्वतंत्र अंक असणारी चिठ्ठी तयार करता. त्या सर्व चिठ्ठ्या एका बॉक्समध्ये एकत्र करतात त्यानंतर तो बॉक्स हलवितात आणि बॉक्समधून चिठ्ठी काढतात. आपणास आवश्यक असतील तितक्या चिठ्ठ्या बॉक्स हलवून काढतात. त्या चिठ्ठ्यावरील अंक आपला नमुना असतो.

(ब) टिप्पटेची या दृच्छिक अंपद्धत

या पद्धतीत एल. एच.सी टिपाटे या चार अंकी संख्येचा वापर करतात. किंवा त्यापेक्षा जास्त अंकी संख्याही असू शकते. टिप्पटेची यादीतील काही यादृच्छिक अंक खाली दिलेले आहेत.

२९५२	६६४१	३९९२	७९७९	५९९१	५३५६
५६५४	४७६७	९५२४	१३९६	७२०३	३५६३
१३००	२६९३	२३७०	३४०८	२७०२	०१०७
१०८९	६९१३	७६९१	५२४६	१११२	१४०५
६००८	८१२६	४४३३	२७५४	९१४३	३०२७
९०२५	७००२	६१११	६४४६	३१७०	

या सारणीत नमुना निवडीसाठी समाजातील एकूण संख्या १०० आहे. आपणास ५ टक्के नमुना निवडायचा आहे. आपण पाच अंक असे निवडणार की ज्या संख्येचे शेवटचे तीन अंक १०० किंवा त्यापेक्षा कमी संख्या आहे. या सारणीत ०८९, ००८, ०२५, ००२, ०२७ हे अंक एकक निवडले जातील या पद्धतीत नमुना जिल्हा मोठा तेवढे त्याचे समाजातील सरासरी मूल्य अंतर कमी होऊन नमुना प्रतिनिधिक होतो.

(क) ठराविक क्रमपद्धत

या पद्धतीत समाजातील सर्व एककाचे अंकाप्रमाणे नोंदणी करतात. समाजात एकूण एकक १०० आहेत. त्यापैकी १० एकक निवडायचे तर प्रत्येक दहावा एकक निवडायचे ठरविले तर १०, २०, ३०, ४०, ५०, ६०, ७०, ८०, ९०, १०० याप्रमाणे एकक निवडले जातील. त्याला ठराविक क्रम पद्धत म्हणतात.

(ड) ग्रिडपद्धत

ज्यावेळी एखाद्या भौगोलिक प्रदेशाचे नमुना एकक निवडायचे असतात त्यावेळी ग्रीड पद्धत वापरतात. ज्या भौगोलिक प्रदेशातून विशिष्ट भाग निवड करण्यास त्या भौगोलिक प्रदेशाचा नकाशा टेबलावर पसरविले, एका कापडावर लहान लहान चौकोन तयार करून ते कापड नकाशावर पसरविले जो भाग त्या चौकोनावर दिसेल तो भाग नमुना राहिल. एकक संख्या पूर्ण होईपर्यंत अशी प्रक्रिया करून नमुना निवडला जाईल त्याला ग्रिडपद्धत म्हणतात.

यादृच्छिक नमुना निवडीचे फायदे

- (१) समाजशास्त्रात संशोधनात वापरली जाणारी सर्वात सोपी पद्धत आहे.
- (२) या पद्धतीने एकक निवडल्यास पूर्वग्रह कमीतकमी असतो.
- (३) सामुग्रीतील प्रत्येक एककाला नमुन्यात निवडण्याची संधी त्यामुळे नमुना प्रातिनिधीक तयार होते.
- (४) नमुन्याती एकक निवडण्यात चुका होण्याची कमी शक्यता असते.

यादृच्छिक नमुना निवडीचे दोष

- (१) या पद्धतीने नमुना निवड पद्धतीचे यश आणि निष्कर्षाची सत्यता नमुना कीती शास्त्र शुद्ध व योग्य पद्धतीने निवडला त्यावर अवलंबून असते.
- (२) या पद्धतीने निवडलेल्या नमुन्यातील सर्व एककावर संशोधकाचे नियंत्रण राहिल किंवा त्याच्याशी संशोधकाचे चांगले संबंध रहातीलच असे नाही.
- (३) एकक भिन्न आकाराचे असल्याने त्याच्या वैशिष्ट्यात फरक त्यामुळे ही पद्धत अडचणीची असते.

२.४ १.२ स्तरीत यादृच्छिक नमुना निवडपद्धत -

(Stratified Random Sampling)

ज्यावेळी अभ्यास विषय समाजाचे विशिष्ट गटात वर्गीकरण त्यावेळी स्तरीत यादृच्छिक नमुना निवड पद्धत वापरतात. या पद्धतीत समाजाच्या विविध गटातील आवश्यक एकक निवडल्यानंतर त्या सर्व एकक मिळून स्तरीत यादृच्छिक नमुना तयार होतो. समजातील एकक समान गुणधर्माचे किंवा साचेबंद नसतात त्यावेळी या पद्धतीचा वापर करतात. समाजातील प्रत्येक विभाग किंवा गटाला योग्य प्रतिनिधित्व मिळेल असा नमुना अभ्यासासाठी निवडला जातो. एखाद्या ----- निरीक्षण मूल्य प्रत्येक विभागानुसार निवडून नमुना तयार करतात त्याला स्तरीत यादृच्छिक नमुना म्हणतात. यापद्धतीचे उप प्रकार खालील प्रमाणे.

(अ) अनुचारिक ----- यादृच्छिक नमुना निवड

या प्रकाराच्या नमुन्यात नमुना निवडताना विविध गटातील किंवा वर्गातील एककाचे प्रमाण त्या प्रमाणात भिन्न स्तरातील एककाची संख्या ठरविली जाते. उदा. १००००० औद्योगिक कामगारांत सुशिक्षित कामगार संख्या ६०,००० आणि अशिक्षित कामगार संख्या ४०,००० असल्यास एकूण नमुन्याचे आकारमान सम गटाच्या १० टक्के असल्यास ६००० सुशिक्षित कामगार व ४००० अशिक्षित कामगार निवडले जातील.

(ब) विषमप्रमाणी किंवा इच्छाप्रमाणी स्तरीत नमुना निवड पद्धती

ज्या नमुना निवड पद्धतीत विविध गटातील एककाचे एकूण समाजाचे प्रमाण लक्षात न घेता सारख्या एककाची निवड केली जाते त्याला विषमप्रमाणी स्तरीत नमुना निवड म्हणतात. या पद्धतीने नमुना मर्यादीत रहातो. परंतु या नमुना निवडीने प्रतिनिधिक नमुना तयार होत नाही. काही वेळा नमुना पुरेसा नसतो. इत्यादी दोष दूर करण्यास काही निकष नमुना निवडीसाठी ठरवितात. त्यामुळे नमुना प्रतिनिधीक तयार होतो.

(क) भाराबित स्तरीत नमुना निवड पद्धत

या पद्धतीने प्रमाणबद्ध आणि विषमप्रमाणी स्तरीत नमुना निवडीचे दोष टाळण्यासाठी या पद्धतीचा वापर करतात. प्रत्येक स्तरातील एककाची संख्या समान ठेवतात. परंतु अशा विविध स्तरांना त्याच्या एकूण सम गटातील प्रमाणाइतका भार दिला जातो.

वरील तीन पद्धतीचा वापर करून स्तरीत यादृच्छिक नमुना निवड पद्धत वापरतात. त्यामुळे योग्य नमुना निवड होते. नमुना प्रतिनिधीक तयार होते.

स्तरीत नमुना निवडपद्धतीचे फायदे

- (१) प्रत्येक नमुन्याचा सखोल अभ्यास करण्यापूर्वी संशोधक समाजाच्या सर्व वैशिष्ट्याचा पूर्ण परीचय करून घेतात.
- (२) समाजतील विविध स्तरातील एककाचा तुलनात्मक अभ्यास करता येतो.

- (३) नमुन्यातील एककावर परिणामकारक नियंत्रण ठेवता येते.
- (४) नमुना प्रतिनिधीक तयार होतो. नमुना निवडण्यास वेळ व खर्च कमी जागतो.
- (५) नमुना निवडींना आयोग्य नमुना लक्षात आल्यास तो नमुना बदल करतात. दुसरा एकक निवडणे सोपे असते त्यामुळे एककाने निर्माण होणारा दोष टाळता येतो.

स्तरीय नमुना निवडपद्धतीचे दोष

- (१) या पद्धतीने विविध गटात वर्गीकरण करण्याची कठीण पद्धत आहे. त्यामुळे समाजाच्या प्रक्रियेत चुका होण्याची शक्यता असते.
- (२) विविध स्तराचे एकूण समाजाशी समाविष्ट असणारे प्रमाण समान तोपर्यंत ही पद्धत योग्य आहे. परंतू समजाशी असणारे प्रमाण कमी किंवा जास्त तर शासकीय पद्धतीने नमुना निवडला जात नाही. त्यामुळे निष्कर्षात दोष निर्माण होतात.
- (३) भारांकित स्तरीय नमुना निवडीत विविध स्तरांना भार देतात त्यामुळे संशोधनात अभिमताचा प्रभाव निर्माण होतो.
- (४) यापद्धतीत संशोधकाचा अनुभव तज्ञता समाजविचार पातळी इत्यादी गुणवैशिष्ट्याचे संशोधन होणे कठीण असते. संशोधकाचा अनुभव कमी तर चुका होण्याची शक्यता असते.

२.४ १.३ एककपुंज नमुना निवड पद्धत – (Cluster Sampling)

नमुना एकक निवडण्याची ही एक पद्धत आहे. यालाच बहुपदी किंवा बहुस्तरीय नमुना निवड असेही म्हणतात. या पद्धतीने नमुना निवडतांना संशोधकाला विविध पद्धतीचा वापर करावा लागतो.

साध्या स्तरीय यादृच्छिक पद्धतीने नमुना एकक निवडणे अत्यंत खर्चाचे व कठीण काम आहे. सर्व एककाशी संशोधकाला सतत संपर्कात राहणे कठीण असते. अनेक निरीक्षकावर देखरेख ठेऊन त्याच्या क्षेत्रकार्यात सारखेपणा ठेवणे अशक्य या सर्व अडचणी टाळण्यासाठी एककपुंज नमुना निवड पद्धत वापरतात. अभ्यास विषय असणाऱ्या एककाची संख्या मोठ्या भौगोलिक क्षेत्रात विखुरलेली असल्यास एककपुंज नमुना निवड उपयुक्त असते. यापद्धतीत यादृच्छिक नमुना निवड आणि यादृच्छिक स्तरीय नमुना निवड या पद्धतीचे फायदे एकत्र रित्या या पद्धतीने मिळतात. या पद्धतीत सर्व विभागातील एककांना अंतिम नमुन्यात समाविष्ट होण्याची समान संधी मिळत नाही. यापद्धतीत सरासरी मूल्य आणि नमुन्याचे सरासरी मूल्यात फरक पडण्याची शक्यता असते. यादृच्छिक नमुना निवड विश्वसनीय आहे. परंतू नमुना निवडीत व्यापक सर्वेक्षणासाठी एककपुंज नमुना निवड योग्य असते.

२.४ १.४ सप्रयोजन नमुना निवड पद्धती – (Purposive Sampling)

या नमुना पद्धतीत संशोधनाचे स्वरूप, उद्दीष्टे लक्षात घेऊन आवश्यकतेनुसार एकक निवडतांना त्याचे स्वातंत्र्य संशोधकाला असते. संशोधन अभ्याससाठी आवश्यक माहिती संबंधीत एकक संशोधकाला उपलब्ध करतात. संशोधक आपले ज्ञान, अनुभव, विचारक्षमता यांचा वापर करून प्रातिनिधिक एकक निवड करतात. कोणते एकक निवडणे व कोणते एकक टाळणे त्याचे स्वातंत्र्य संशोधनकाला असते. समाजाच्या प्रमाणाशी जुळणारे एकक निवडणे, नमुना एकक वारंवारिता वितरण समाजातील वारंवारिता वितरण इतके पाहिजे. सर्व नमुना एकाच वेळी निवडणे, नमुना निवड अभ्यास पद्धत एकच पाहिजे. नमुना निवड संशोधकाच्या मतानुसार इत्यादी घटनेचा विचार नमुना निवड करतांना करणे त्यामुळे नमुना चांगला तयार होतो. संशोधकाला समाजाची संपूर्ण माहिती पाहिजे त्यावेळी नमुना निवड प्रतिनिधीक होते.

नमुना निवड पद्धतीचे फायदे

- (१) नमुना निवडीवर संशोधकाचे पूर्ण नियंत्रण त्यामुळे एकक निवड प्रतिनिधीक होते.
- (२) संशोधकाला नमुना निवडतांना अभ्यास उद्दीष्टांची पूर्ण माहिती असते म्हणून नमुना निवड अर्थपूर्ण होते.
- (३) अनावश्यक एकक आणि त्यांनी दिलेली माहिती टाळता येत असल्याने वेळ व पैशाची बचत होते.

- (४) नमुना निवड करतांना एककाची निवड अत्यंत विचारपूर्वक व काळजीपूर्वक केल्यास नमुना आकार मर्यादीत राहून नमुना अधिक प्रातिनिधिक तयार होतो.

सप्रयोजन नमुना निवडपद्धतीचे दोष

- (१) सर्व निर्णय संशोधनाच्या निर्णय शक्तीवर अवलंबून त्यामुळे नमुना निवडीत एकांकीपणा, पूर्वग्रह, व्यक्तीगत मत यांचा प्रभाव निर्माण होऊन संशोधनात दोष निर्माण होतात.
- (२) कोणत्याही संशोधनाला संपूर्ण अभ्यासाविषयाची माहिती शक्य नाही त्यामुळे सप्रयोजन नमुना निवड शास्त्रशुद्ध होत नाही.
- (३) संशोधकाचे नमुना निवडीवर कोणतेही वस्तूनिष्ठ आणि परिणामकारक नियंत्रण नसते. संशोधनातील सर्व प्रक्रिया आणि उपप्रक्रिया परिणामकारक नियंत्रणाशिवाय संशोधन शास्त्रशुद्ध व यशस्वी होऊ शकत नाही.

२.४ १.५ कोटा नमुना निवड पद्धत (Quto Sampling method)

समाजात काही सामान्य विधान किंवा निष्कर्ष मांडण्यासाठी त्या समाजाचे प्रतिरूप ठरवतात असा नमुना निवडणे कोटा पद्धतीचे प्रमुख उद्दीष्ट आहे. कोटा नमुना निवड पद्धतीने विविध घटकांचे समाजाशी जे प्रमाण असते त्याच प्रमाणात घटकाचे प्रतिनिधीत्व निवडलेल्या नमुन्यात तशी हमी मिळते. कोटा नमुना निवडतांना तीन टप्पे लक्षात येतात.

- (१) ज्या लक्षणाचा संदर्भात अभ्यास करायचा त्या संबंधीत असणाऱ्या एककाच्या गुणधर्मानुसार समाजाचे वर्गीकरण केले जाते.
- (२) समाजात विविध वर्गांचे एककाचे जे ज्ञान किंवा अनुमाणीत प्रमाण त्याप्रमाणात नमुन्याचे एकक प्रमाण ठरवितात.
- (३) कोटापद्धति अनेक निरीक्षक काम करतात. समाजातील विशिष्ट कोटा दिला जातो. त्या निरीक्षनांना आपला कोटा पूर्ण करण्यासाठी एकक निवड स्वतः करतात. ती निवड करतांना निरीक्षक कोट्यातील सर्व एककास योग्य प्रतिनिधीत्व मिळते.

या पद्धतीचा सर्वात महत्वाचा फायदा निरीक्षकास किंवा संशोधक आपल्या कोट्यातील एकक निवडीचे स्वातंत्र्य असते त्यामुळे पूर्वग्रह दोष येण्याची शक्यता असते. तसेच अनेक निरीक्षकांचा समावेश असल्याने कोटाने निवडलेला कोटा कमी अधिक प्रमाणात सदोष असण्याची भीती असते. कारण सर्व निरीक्षक समान गुणवत्तेचे नसतात. तसेच मिळणाऱ्या निष्कर्षात भिन्नता असते. त्यामुळे संशोधनाची निष्कर्षाची विश्वसनीयता स्पष्ट होते.

२.५ स्वयंअध्ययनप प्रश्न

प्र. १ थोडक्यात उत्तरे लिहा.

- (१) तथ्यसंवर्धनाचे महत्व कोणते?
- (२) प्राथमिक माहितीचे फायदे सांगा?
- (३) नमुना निवडीचे प्रकार सांगा.
- (४) कोटा नमुना निवड पद्धत स्पष्ट करा.
- (५) एकवपुंज नमुना निवड पद्धत सांगा.

प्र. २ एक ते दोन वाक्यात उत्तरे लिहा.

- (१) तथ्य संकलनाचा अर्थ सांगा.
- (२) तथ्य संकलनाच्या पद्धती कोणत्या.
- (३) नमुना निवडीचा अर्थ सांगा.

प्र. ३ सविस्तर उत्तरे ला

- (१) तथ्यसंकलन अर्थ आणि महत्व स्पष्ट करा.
- (२) नमुना निवडीचा अर्थ नमुना निवडीचे गुण दोष चर्चा करा.
- (३) नमुना निवड पद्धतीचे प्रकार सविस्तर स्पष्ट करा.

२.६ सरांश

ज्ञानेंद्रियाच्या आधारे होणारा स्थिती बोध व्याप्ती नोंद करणे म्हणजे तथ्य संकलन होय, तथ्य संकलनाच्या दोन पद्धती आहेत. प्राथमिक तथ्य संकलन प्रश्नावली निरीक्षण, मुलाखत अनुसूची याद्वारे संकलीत केली जाते. तर दुय्यम माहिती दैनंदिनी आत्मचरित्र्ये विविध अहवाल आंतरराष्ट्रीय अहवाल पुस्तके मासिके शासकीय अॅसेट्स वर्तमान पत्रे, शासकीय रेकॉर्ड, संशोधन अहवाल जुने लेख या मार्गाने संकलीत करतात. माहिती संकलनाने तुलनात्मक अध्ययन समस्या निराकरण समस्याचे पूर्वमूल्यांकण, सत्याचा शोध इत्यादींसाठी उपयुक्त असते. नमुना निवड करतांना नमुना सजातीय पर्याप्त प्रतिनिधिक नमुना निवड केला जातो. नमुना निवडीसाठी संभाव्य नमुना निवड असंभाव्य नमुना निवड सामूहिक नमुना निवड तंत्राचा वापर करतात. त्यामुळे नमुना प्रातिनिधिक निवडला जातो. नमुना निवड पद्धतीचे यादृच्छिक नमुना निवड स्तरात यादृच्छिक नमुना निवड एककपुंज नमुना निवड सप्रयोजन नमुना निवड कोटा नमुना निवड इत्यादी प्रकार आहेत.

२.६ पारिभाषिक शब्द

तथ्य संकलन	-	Collection of date
अनुसंधता	-	Investigator
उत्तरदाता	-	Respondent
चेतना	-	Stimulatin
प्रतिसाद	-	Response
मानसिकता	-	Impression
प्रस्तुतीकरण	-	Presontation
यादृच्छिक नमुना निवड	-	Simple rantam sampling
स्तरीय यादृच्छिक नमुना निवड	-	Stratified raudom Sampling
एकक पुंज नमुना निवड	-	Cluster Sampling
कोटा नमुना निवड	-	Quto Sampling

२.८ संदर्भसुची

- (१) रा.र बारुडे (२००५) संशोधन पद्धतीशास्त्र, पुणे विद्यार्थी गृह प्रकाशन
- (२) खैरनार दिलीप (२००९) प्रगत सामाजिक संशोधन पद्धती व सांख्यिकी, डायमंड पब्लिकेशन पुणे.
- (३) आगलावे प्रदिप (२०१०) सामाजिक संशोधन पद्धती, शास्त्र व तंत्रे री साईनाथ प्रकाशन, नागपूर.
- (४) बधिनकर सुधीर, अलोणी विवेक, अॅड. कुलकर्णी मृनाल, (२०११) सामाजिक संशोधन पद्धती, श्री साईनाथ प्रकाशन, नागपूर.
- (५) पाटील वा. भा (२०१०) संशोधन पद्धती, प्रशांत पब्लिकेशन जळगांव
- (६) कुलकर्णी बी. डी. ढमढेरे एस. व्ही (२००७) अर्थशास्त्र संशोधन पद्धती, डायमंड पब्लिकेशन्स पुणे.

२.९ सरावासाठी प्रश्न

- (१) प्राथमिक आणि दुय्यम माहितीचे गुण - दोष सांगा.
- (२) नमुना निवड म्हणजे काय? नमुना निवडीचे गुण-दोष सांगा.
- (३) नमुना निवड पद्धतीचे प्रकार सांगा व स्पष्ट करा.

प्रकरण - ३

तथ्य संकलनाच्या पद्धती

३.०	उद्दिष्टे	
३.१	३.१	प्रस्तावना
	३.२	विषय विवेचन
	३.३	निरिक्षण
३.३	१.१	निरिक्षणाचा अर्थ
	१.२	निरिक्षणाचे प्रकार
	१.३	निरिक्षणाचे फायदे - दोष
३.४		मुलाखत तंत्र
	१.१	मुलाखतीचा अर्थ - वैशिष्ट्ये
	१.२	मुलाखत प्रक्रिया
	१.३	मुलाखतीचे प्रकार
	१.४	मुलाखतीचे फायदे-दोष
३.५		प्रश्नावली
	१.१	प्रश्नावलीचा अर्थ
	१.२	प्रश्नावलीचे प्रकार
	१.३	प्रश्नावलीचे गुण- दोष
३.६		व्यष्टी अध्यायन पद्धत
	१.१	व्यष्टी अध्यायन पद्धतीचा अर्थ
	१.२	व्यष्टी अध्यायन पद्धतीची प्रक्रिया
	१.३	व्यष्टी अध्यायनाचे फायदे-दोष
	१.४	व्यष्टी अध्यायनाचे महत्व
३.७		स्वयं अध्ययन प्रश्न
३.८		सारांश
३.९		पारिभाषिक शब्द
१.१०		संदर्भसूची
१.११		सरावासाठी प्रश्न

३.० उद्दिष्टे

- ◆ तथ्य संकलनाच्या पद्धती कोणत्या त्यांचा अभ्यास करणे.
- ◆ निरीक्षणाचा अर्थ, प्रकार, गुण-दोष यांचे अध्ययन करणे.
- ◆ मुलाखतीचा अर्थ वैशिष्ट्ये प्रक्रिया, प्रक्रिया, प्रकार आणि गुणदोषाचा अभ्यास करणे.
- ◆ प्रश्नावलीचा अर्थ प्रकार गुण-दोषांचे अध्ययन करणे.
- ◆ व्यष्टीअध्ययन पद्धतीचा अर्थ प्रक्रिया गुण दोष आणि महत्व या विषयी माहिती प्राप्त करणे.

३.३ ३.१ प्रस्तावना

तथ्य संकल्पनाच्या निरीक्षण मुलाखत प्रश्नावली व्याष्टी अध्ययन अशा विविध पद्धती आहेत. निरीक्षणात जे आपल्याला डोळ्याने दिसते तयची जशीच्या तशी नोंद करतात. त्याला निरीखाण म्हणतात. निरीक्षणाचे व्यवस्थित निरीक्षण सामुहिक निरीक्षण, सहभागी निरीक्षण, असहभागी निरीक्षण, अर्धसहभागी निरीक्षण असे विविध

प्रकार आहेत. मुलाखत तंत्राने दोन व्यक्तीमधील संवाद असतो. मुलाखतीचे उद्दीष्टानुसार औपचारिकतेनुसार उत्तरदात्याच्या संख्येनुसार अभ्यासपद्धतीनुसार प्रकार आहेत. या तंत्राने संशोधनाला सखोल माहिती प्राप्त होते. संशोधन क्षेत्र आणि व्यापक तयवेळी प्रश्नावली पद्धतीचा वापर केला जातो. प्रश्नावलीचे विविध प्रकार आहेत. संशोधनाला कमी वेळेत माहिती संकलित करता येते. व्यष्टी अध्ययन पद्धतीने एखाद्या लहान घटनेचा सखोल अभ्यास केला जातो.

३.३. १.२ विषय विवेचन

तथ्य संकलनाच्या निरीक्षण, मुलाखत, प्रश्नावली व्यष्टीअध्ययन या विविध पद्धतीचे स्पष्टीकरण केले. संशोधनात प्राथमीक माहिती संकलनासाठी या विविध पद्धतीचा वापर करून संशोधन माहिती संकलन करतात.

३.३ निरीक्षण (Observation)

३.३ १.१ निरीक्षणाचा अर्थ

संशोधनाची सुरुवात निरीक्षणापासून होते. निरीक्षणाचा अर्थ पहाणे किंवा अवलोकन करणे असा आहे. निरीक्षणात नेत्र आणि इक्षण असे दोन शब्द आहेत. नेत्र निरीक्षणाचे माध्यम तर इक्षण म्हणजे पहाणे. निरीक्षणात तंत्राचा वापर करून विविध घटनांचे अवलोकन आणि व्यवहाराचे परिक्षण केले जाते. निरीक्षणाचा संबंध डोळ्यांशी आहे. डोळ्यांनी दिसते त्याचे निरीक्षण करणे न्युटनचा गुरुत्ववाकर्षण नियम निरीक्षणावर आधारीत आहे. सामाजिकशास्त्रात सामाजिक घटना, परिस्थिती पर्यावरण यांचे निरीक्षण करून वर्गीकरण आणि विश्लेषण करून निष्कर्ष काढतात. निरीक्षणात संशोधन प्रत्येक घटकांची नोंद करतात. त्यामुळे संशोधकाला गृहीतकृत्याची सत्यता पडताळणी किंवा तपासणी करता येते.

निरीक्षणाच्या व्याख्या

ऑक्सफर्ड संक्षिप्त कोशानुसार – घटनातील अंतर्गत संबंध आणि कार्यकारणभाव जाणून घेण्यासाठी काळजीपूर्वक केलेले अवलोकन म्हणजे निरीक्षण.

पी.व्ही.यंग – निसर्गात घटना घडत असतांना त्या जाणीपूर्वक व पद्धतशिरपणे पहाणे म्हणजे निरीक्षण होय.

सी.ए. मोझर – कान, वाणी यापेक्षा डोळ्यांचा स्वतंत्र प्रयोग करणे म्हणजे निरीक्षण.

डॉ. गंगाधर कायदे व पाटील – संशोधकाने स्वतःच्या नजरेने संशोधनाशी संबंधीत विविध घटना परिस्थिती संस्था इत्यादीच्या कार्यपद्धत आणि प्रभाव टाकणारे विविध घटनांचे वैज्ञानिक पद्धतीने केलेले अवलोकन म्हणजे निरीक्षण.

निरीक्षणात समाविष्ट घटक

- (१) मानसिक दृष्ट्या निरीक्षण संक्रीण प्रक्रिया आहे.
- (२) निरीक्षणाला हेतू असतो संशोधकाने कशाचे निरीक्षण करणार ते ठरविणे.
- (३) निरीक्षण हेतूपूर्वक पहाणे.
- (४) निरीक्षणात विवरण असते.
- (५) कान, डोळे, वाणी म्णजे ज्ञानेंद्रियांचा उपयोग निरीक्षणात असतो.

३.३ १.२ निरीक्षणाचे प्रकार (Types of observation)

- (१) व्यक्तीगत निरीक्षण
 - (अ) नियंत्रित निरीक्षण
 - (ब) अनियंत्रित निरीक्षण
- (२) सामूहिक निरीक्षण
- (३) सहभागी निरीक्षण

- (४) असहभागी निरीक्षण
- (५) अर्धसहभागी निरीक्षण

(१) व्यक्तीगत निरीक्षण (Individual observation)

संशोधक विशिष्ट घटना आणि व्यवहारांचे प्रत्यक्ष निरीक्षण करतो त्याला व्यक्तीगत निरीक्षण म्हणतात. त्याचे दोन भाग आहेत.

अ. नियंत्रित निरीक्षण (Controlled observation)

संशोधक संशोधन ठिकाणी जाऊन विशिष्ट घटना परिस्थिती आणि समूहाचे निरीक्षण करतो. समूहाच्या विविध क्रियांचे निरीक्षण करतात त्याला नियंत्रित निरीक्षण म्हणतात. संशोधक विशिष्ट समूहाचा सदस्य असल्याने विविध घटनांचे अध्ययन करतात. त्यांच्या रुढी, परंपरांचा अभ्यास केला जातो. ज्याप्रमाणे घटना घडतात. त्या जसेच्या तसे अवलोकन करतात. नियंत्रित निरीक्षण प्रयोग असतो. त्यासाठी टेपरेकॉर्ड प्रोजेक्टर यांचा वापर करतात. विविध घटनांच्या नोंदी असतात. निरीक्षकाने कोणत्या घटनांचे निरीक्षण करणे त्यासंबंधी सूचना दिल्या जातात. त्यासाठी नकाशे व यांत्रिक उपकरणांचा वापर करतात.

ब. अनियंत्रित निरीक्षण (Uncontrolled observation)

संशोधक संशोधन विषयाशी संबंधीत क्षेत्रात जाऊन रहात नाही किंवा त्याच्यामध्ये सहभागी होत नाही. सदस्य कृतीने निरीक्षण करतो त्याला अनियंत्रित निरीक्षण म्हणतात. या निरीक्षणाने वास्तविक जीवनाची परिस्थिती सूक्ष्म पद्धतीने अभ्यासायची असते. सत्यता पाळली जात नाही. त्याला अनियंत्रित निरीक्षण म्हणतात. ज्या निरीक्षणात लोकांचे घटनांचे अवलोकन करणे त्याच्यावर नियंत्रण नसते त्याच नैसर्गिक अवस्थेत निरीक्षण करणे म्हणते अनियंत्रित निरीक्षण असते. डोळे वकानाचा वापर करून निरीक्षण करतात. संशोधन समस्येची उकल होण्यासाठी फक्त वातावरणात केलेले निरीक्षण म्हणजे अनियंत्रित निरीक्षण असते. या निरीक्षणाने विश्वसनीय व वस्तूनिष्ठ माहिती मिळते. परंतू या पद्धतीचा महत्वाचा दोष म्हणजे संशोधकास गुंतागुंतीच्या समस्येचे समाधानकारक उत्तर मिळत नाही.

(२) सामूहिक निरीक्षण – (Collective observation)

ज्यावेळी संशोधक संशोधनात निरीक्षण करतांना नियंत्रित व अनियंत्रित निरीक्षणाचा एकत्र विचार करतो. संशोधनाशी संबंधीत विविध उद्दिष्टासाठी माहित व तथ्याचे संकलन करतात. त्याला सामूहिक निरीक्षण म्हणतात. उदा. गोवारी हत्याकांडानंतर नागपूर येथील परिस्थिती.

(३) सहभागी निरीक्षण – (Participant observation)

संशोधक संशोधन विषय संदर्भात स्वतः सहभागी होतो त्याला सहभागी निरीक्षण म्हणतात. निरीक्षणाची नोंद करण्यासाठी गुणतक्ते, विविध कसोट्या, ध्वनिचित्रफिती घटनांच्या नोंदी यांचा वापर करतात. या निरीक्षणाने सुखदुःखात सहभागी होणे, सन समारंभात सहभाग, सांस्कृतीक कार्यक्रम, लहान मुलांचे खेळ, शिकार कार्यक्रम, गप्पा मारणे, पत्ते खेळणे इत्यादी प्रकारे सहभाग घेतात. समूहाच्या क्रियानमध्ये भाग घेऊन निरीक्षण केले जाते. त्यामुळे रुढी परंपरा चालीरीतीचा अभ्यास करता येतो. समुदाय विषयी प्रत्यक्ष व वास्तविक माहिती जमा होते. तथ्य संकलन घनिष्ठ होते.

सहभागी निरीक्षणाचे फायदे

- (१) उत्तरदात्याने एखाद्या प्रश्नाचे उत्तर चुकीचे किंवा अपूर्ण देत असल्यास बरोबर उत्तर मिळण्यास ही पद्धत उपयोगी आहे.
- (२) निरीक्षण कर्ता प्रत्यक्ष घटना पहात असल्याने मिळणारी माहिती निश्चित व विश्वसनीय असते.
- (३) भविष्यकालीन प्रकृतीचा अंदाज सांगता येतो. वर्तमान घटनांचे काळजीपूर्वक निरीक्षण केल्याने भविष्य कालिन अचूक अंदाज सांगता येतो.

सहभागी निरीक्षणाचे दोष

- (१) संशोधनात एकांकी अनुभव दोष निर्माण होतो. त्यामुळे माहितीचे स्वरूप संकूचित राहून त्यात परिपूर्णत्व नसते.
- (२) संशोधकाला काही वेळा अभ्यास विषयाचा विसर पडतो. त्याचा परिणाम वस्तुनिष्ठ अभ्यास करणे कठीण असते.
- (३) एका निरीक्षकाने केलेल्या सामाजिक नोंदी व दुसऱ्या निरीक्षकांनी केलेल्या नोंदी यांच्यात फरक पडल्यास तथ्य संकलनाची वस्तुनिष्ठता नष्ट होते.

(४) असहभागी निरीक्षण – (Non Participant observation)

ज्यावेळी संशोधक संशोधनाशी संबंधीत क्षेत्रात जाऊन विशिष्ट भर, समूह, कुटुंबसंख्या यांच्यात सहभागी होत नाही सर्व घटनांचे दुरुनच निरीक्षण करतो त्याला असहभागी निरीक्षण म्हणतात. संशोधकाला तटस्थ भूमिका स्विकारून माहिती संकलन करण्याचा प्रयत्न करतात. लोकांच्या आंतरीक जिवनात जाण्याची इच्छा नसते फक्त डोळ्याने निरीक्षण करतात. या निरीक्षणाने वस्तुनिष्ठ नोंद करतात. या निरीक्षणात अभ्यासाचे टप्पे असतात.

- (१) अभ्यासाची उद्दीष्टे निश्चित करणे.
- (२) उद्दीष्टा नुसार निरीक्षकाची व समाजघटक निश्चित करणे.
- (३) समाज घटकात प्रवेश मिळवणे.
- (४) अभ्यास विषयाशी सुसंवाद साधणे.
- (५) निरीक्षण टिपणे.
- (६) निरीक्षण कार्यातील अडचणींना तोंड देणे.

वरील टप्प्याचा वापर करून संशोधकास अभ्यासविषयक पूर्ण करण्यास मदत होते. या प्रत्येक टप्प्यात संशोधकाने जाणीवपूर्वक निरीक्षण करतात.

(५) अंशसहभागी निरीक्षण – (Quasi Participant observation)

संशोधक संशोधन संबंधित क्षेत्रात निरीक्षण करतात. विशिष्ट भट, समूह, कुटुंबसंख्या यांच्यात कधीकधी सहभागी होतात तर काही वेळा दूरूनच निरीक्षण करतात. त्याला अर्धसहभागी निरीक्षण म्हणतात. सहभागी व असहभागी निरीक्षणातून हा प्रकार विकसित झाला. समान व्यापक संकल्पना सामाजिक घटना व नातेसंबंध गुंतागुंतीचे त्यामुळे पूर्णपणे तटस्थ आणि पूर्णपणे तटस्थ न रहाता निरीक्षण करतात. त्यामुळे संशोध कार्यात काटकसर निर्माण होते. संशोधन वस्तुनिष्ठ होते.

३.३ १.३ निरीक्षणाचे फायदे

(१) घटनांचे प्रत्यक्ष दर्शन

संशोधक घटनांचे प्रत्यक्ष अवलोकन करतो त्याला प्रत्यक्ष डोळ्याने घटना दिसतात तर काही कानाने ऐकता आणि वाणीने जाणून घेतो. कान, वाणी, डोळे, या इंद्रियांच्या साक्षीने घडणाऱ्या घटनांचे तथ्य म्हणून नोंद करतात. त्यामुळे निरीक्षणाला अधिक महत्व आहे.

(२) सोपे तंत्र

निरीक्षण तंत्र खूपच सोपे आहे. संशोधकाला कान व डोळे याशिवाय कशाचीही गरज नसते. त्यामुळे साधी सरळ व सोपी पद्धत आहे.

(३) तुलनात्मक श्रेष्ठत्व

ही पद्धत इतर पद्धतीच्या तुलनेत श्रेष्ठ आहे. ज्या अभ्यासात अनुसूची मुलाखत प्रश्नावली उपयोगाची नसते त्या ठिकाणी निरीक्षण पद्धत उपयोगी असते.

(४) विस्तृत क्षेत्र

संशोधनात माहिती संकलनात ज्या तंत्राचा उपयोग त्यात निरीक्षण तंत्र उपयुक्त असते. अनुसूची मुलाखत प्रश्नावली या तंत्रावर खूपच मर्यादा येतात. परंतु निरीक्षण तंत्राला मर्यादा नसते.

(५) गृहीत कृत्याचा आधार

संशोधन समस्येची उकल शोधण्यासाठी त्या संबंधीत प्राथमिक माहिती कशी मिळेल तसा प्रयत्न संशोधक करतात. प्राथमिक माहितीनुसार गृहीत कृत्याची निर्मिती होत. त्यासाठी निरीक्षणाचा आधार घेतात.

(६) विश्वसनीय निष्कर्ष

या पद्धतीत काढलेले निष्कर्ष अधिक विश्वसनीय असतात. कारण संशोधकास प्रत्यक्ष अनुभव अधिक वस्तुनिष्ठ असतात.

निरीक्षणाचे दोष

(१) घटना, निरीक्षण मर्यादा

निरीक्षणात स्थळ, काळ मर्यादा नसते. व्यापकक्षेत्राचे निरीक्षण त्या ठिकाणी जाऊन करता येते. परंतु अभ्यास विषय मर्यादा निरीक्षकाला नसेल तर सर्व घटनांचे निरीक्षण करणे कठीण असते.

(२) अपवादात्मक स्वरूप

निरीक्षणाचे अभ्यास विषय क्षेत्र व्यापक असते. घटनांचे स्वरूप पुन्हा पुन्हा निर्माण होते ते अपवादात्मक असते त्यामुळे निरीक्षणात चुक होण्याची शक्यता असते.

(३) अनिश्चिता

समाजजीवनात कोणती घटना केव्हा घडेल त्याची खात्री नसते परंतु काही गोष्टीचे नियोजन केले तरी तसे घडेलच असे नाही अशा स्थितीत निरीक्षणाला मर्यादा येते वर्तमान विश्लेषण करणे कठीण असते. सामाजिक घटनाच्या अनिश्चितता बाबत काही सांगणे कठीण असते.

(४) कालमर्यादा

समाजजीवनात घडणाऱ्या क्रिया, प्रक्रिया आणि घटनांचे निरीक्षण त्या घडतात त्यावेळीच करतात. घटना घडल्यानंतर निरीक्षण करून माहिती किंवा तथ्ये शोधणे कठीण असते.

(५) दूर्निरीक्षणता

हा दोष अमान्य करता येत नाही ज्ञानेंद्रीयाच्या आधारे तथ्ये शोधण्याचे काम निरीक्षणाने करतात परंतु ज्ञानेंद्रीयात दोष तर निरीक्षण चुकीचे होते.

(६) वर्तन विषयक कृत्रिमता

अर्थशास्त्राचा अभ्यास मानवी जीवनाशी संबंधीत आहे व्यक्ती किंवा समुहाचा अभ्यास करतांना अपेक्षित माहिती शोधण्याचे काम संशोधक करतात. परंतु व्यक्ती किंवा समाजाचे निरीक्षण संशोधकच करतो त्यामुळे त्यात कृत्रिमता निर्माण होते.

(७) संशोधकाची व्यक्तीनिष्ठा

माहिती संकलनाची चांगली पद्धत आहे. संशोधक आपल्या नजरेच्या टप्यात सर्व पहातो. परंतु निरीक्षण म्हणजे पहाणे नाही तर पहाणे व निरीक्षणात फरक असतो. हे तूपुरस्कर पहाण्यास निरीक्षण समजतात. वस्तूस्थितीचे हेतूपुरस्कर पहाण्यास निरीक्षण समजतात. वस्तूस्थितीचे आकलन होते परंतु व्यक्तीनिष्ठता वाढते.

३.४ मुलाखत तंत्र (Interview)

सामाजिक संशोधनात मुलाखत माहिती संकलनाचे महत्वाचे तंत्र आहे. प्रत्यक्ष माहिती संकलनासाठी मुलाखत लोकप्रिय पद्धत आहे. आधुनिक काळात मुलाखात तंत्राचा अधिक वापर केला जातो.

३.४ १.१ मुलाखतीचा अर्थ

सामाजिक संशोधनात अध्ययन विषय संदर्भात व्यक्तीशी संभाषण चर्चा किंवा गप्पागोष्टी करून माहिती गोळा करणे म्हणजे मुलाखत मुलाखत तंत्राने मुलाखत देणाऱ्यास बोलते केले जाते त्यानुसार त्याच्या भावना,

विचार, वैचारीक पातळी माहीत करून घेता येते. मुलाखतीस इंग्रजीत Interview त्याचा अथ Inter म्हणजे आंतरीक आणि view म्हणजे निरीक्षण असा आहे.

व्याख्या

गुड आणि हॅट – मुलाखत मूळ रूपात सामाजिक आंतरक्रियेची एक प्रक्रिया आहे.

पी.व्ही यंग – ज्या क्रमवाद पद्धतीने एक व्यक्ती दुसऱ्या व्यक्तीच्या आंतरीक जीवनात कमी किंवा अधिक प्रमाणात प्रवेश करतो त्याला मुलाखत म्हणतात.

हॅडर आणि लिंडमन – दोन किंवा अधिक व्यक्तीमध्ये संवाद असतो.

एफ. आर. कार्लिंगर – मुलाखत घेणारा आणि मुलाखत देणारा यांच्या संवाद होऊन त्या व्यक्तीची भूमिका स्पष्ट होते.

डॉ. गंगाधन कायदे व पाटील – ज्या वेळी दोन अपरिचीत व्यक्तीमध्ये विचाराची देवाण घेवाण होते त्या दोन व्यक्तींमधील संवाद म्हणजे मुलाखत होय

या सर्व व्याख्येतून प्रत्येक संवाद म्हणजे व्यक्तीच्या भावना, आशा आकांक्षा, त्याचे स्वरूप आणि त्यातून प्राप्त होणारे ज्ञान त्याला मुलाखत म्हणतात. संशोधक आपल्या संशोधनाशी संबंधीत प्राथमिक माहिती किंवा आकडेवारी जमा करण्याच्या उद्देशाने प्रत्यक्ष किंवा अप्रत्यक्षपणे प्रश्न विचारून त्याच्याशी संवाद साधून माहिती किंवा आकडेवारी जमा करण्याच्या तंत्राला मुलाखत म्हणतात.

मुलाखतीचे वैशिष्ट्ये

- (१) तथ्य व माहिती संकलनाची प्रत्यक्ष पद्धत आहे.
- (२) मुलाखत शब्द सर्वांना परिचित असून विविध संदर्भात विविध मुलाखती घेतात.
- (३) मुलाखत देणाऱ्याच्या गुणवैशिष्ट्याचा आढावा घेतात.
- (४) मुलाखत दोन व्यक्तींमधील संवाद असतो.
- (५) मुलाखतीने प्राप्त होणारी माहितीने संशाधकास संशोधनाची योग्य दिशा मिळते.
- (६) वस्तुनिष्ठ व शास्त्रीय माहिती मिळते.
- (७) विविध प्रकारची माहिती प्राप्त होते.

३.४ १.२ मुलाखत प्रक्रिया (Process of Interview)

(१) मुलाखतीची पूर्वतयारी

ज्यावेळी मुलाखत घेणार तर कोणत्या विषयावर मुलाखत घ्यावयाची तयचे पूर्वज्ञान पाहिजे. प्रथम मुलाखतीसाठी प्रश्नसंच तयार करणे. त्या प्रश्नाचा क्रम व्यवस्थित पाहिजे. मुलाखतीचा उद्देश स्पष्ट पाहिजे. संशोधनाने संशोधना संबंधी प्रश्न तयार करणे. मुलाखत ठिकाण वेळ निश्चित करणे. उदा. न्यायालयात एखाद्या कैद्याची किंवा साक्षीदाराची उलट तपासणी वलि ज्याप्रमाणे करतात त्याप्रमाणेच अभिप्रेत उत्तरे माहित करून घेतात.

(२) मुलाखतीची सुयवात

मुलाखतीत मुलाखत घेणारा व मुलाखत देणारा या दोन घटकात संवाद होतो. मुलाखत वातावरण ठिकाण, वेळ निश्चित करून विषयासंदर्भात प्रश्न विचारणे अयोग्य प्रश्न विचारू नये सुरुवातीचे प्रश्न सरळ साधे व सोपे पाहिजे. संवादानंतर त्वरीत उत्तरांची नोंद करणे. संशोधकाने कमीतकमी बोलणे वादविवाद टाळले पाहिजे. मुलाखत देणाऱ्याची स्तुती करणे म्हणजे तो उत्तरे नेमकी किंवा योग्य देईल. मुलाखत देणारा भावनावंश घेणार नाही याची दक्षता घेणे. मुलाखत घेणाऱ्याने मुलाखत देणाऱ्याच्या खाजगी जीवनाशी हस्तक्षेप करू नये उत्तराच्या नोंदी त्वरीत करणे त्यामुळे अचुक माहिती मिळते.

(३) मुलाखतीचे नियंत्रण

मुलाखतीची सुरुवात आणि कोणत्या ठिकाणी मुलाखत थांबवणे याचे भान मुलाखतकाराने ठेवले पाहिजे.

प्रश्न विचारतांना चुकीची माहिती स्विकारू नये संशोधनास उपयुक्त प्रश्न विचारणे. मुलाखत दोन व्यक्तींमधील संवाद त्यामुळे संशोधकाचे नियंत्रण पाहिजे. मुलाखत संपल्यानंतर मुलाखत देणाऱ्यास धन्यवाद दिले पाहिजे.

(४) मुलाखत समाप्ती

पूर्वनियोजित आणि निश्चित उद्दीष्टानुसार माहिती संकलन करण्यासाठी आणि वेळ संपल्यानंतर किंवा प्रश्न संपल्यानंतर मुलाखत समाप्त करून धन्यवाद द्यावे. मुलाखतकाराने दिलेली माहिती संशोधनास उपयुक्त असते.

(५) अहवाल तयार करणे

मुलाखतीनंतर संशाधकाने मुलाखत अहवाल नोंद दिलेल्या उत्तराच्या सहाय्याने त्वरीत लिहिणे अहवाल हिीण्यास वेळ घालवू नये. मुलाखत अहवाल संशोधन निष्कर्ष अवलंबून असतात. निष्कर्ष वस्तूनिष्ठ आणि उद्दीष्टानुसार पाहिजे.

मुलाखतीत मुलाखत निवेदकाची भूमिका महत्वाची असते. मुलाखत देणाऱ्याला उत्तर सांगू नये. विशिष्ट प्रश्न, प्रश्नाचे उत्तर, चेहऱ्यावरील हावभाव आवाजातील चढउतार इत्यादी बाबी संशोधकाने काळजीपूर्वक नोंद केल्या पाहिजे. अशा रितीने मुलाखत प्रक्रिया करतांना वरील घटकांचा विचार करूनद मुलाखत घेणे योग्य असते.

३.४ १.३ मुलाखतीचे प्रकार (Types of Interview)

मुलाखतीचे उद्दीष्टे उत्तरे देणाऱ्यांची संख्या अभ्यासपद्धत विषयसामुग्री या नुसार विविध प्रकार मुलाखतीचे आहे.

१. उद्दीष्टानुसार वर्गीकरण – (Mterview according to funthon)

मुलाखत उद्दीष्ट विचारांत घेऊन मुलाखतीचे तीन प्रकार आहेत.

(अ) निदानात्मक मुलाखत

ज्यावेळी मुलाखतीचा उद्देश सामाजिक घटनांचे कारण शोधणे आणि ते कारणे शोधून संबंधीत घटना पुन्हा घेणार नाहीत या दृष्टीने उपाय सांगणे अशा मुलाखतीस निदानात्मक किंवा उपचारात्मक मुलाखत म्हणतात. डॉक्टर रोग्यास विविध प्रश्न विचारून रोगाचे निदान करतात. आणि रोगी बरा होण्यासाठी औषोधोपचार सांगतात. तसाच हेतू या मुलाखतीचा असतो. उदा. वेगवेगळ्या जातीय दंगली घडू नये म्हणून करावया लागणाऱ्या उपाय योजना.

(ब) उपचारात्मक मुलाखत

ज्यावेळी मुलाखत घेणारा एखाद्या व्यक्तीची समस्या किंवा सामाजिक समस्या माहित करून तया समस्या पुन्हा घडू नये त्या दृष्टीने उपाय सांगतात त्याला उपचारात्मक मुलाखत म्हणतात. उदा. हुंडाबळी नंदुरबार येथील डॉ. शर्मा यांनी पत्नी व मुलाला एड्सचे इंजेक्शन दिले या सामाजिक घटना पुन्हा होऊ नयेत म्हणून खबरदारी घेतात. विविध संघटना विविध महिलांच्या मुलाखती घेतात अशा मुलाखतीस उपचारात्मक मुलाखत म्हणतात.

(क) संशोधनात्मक मुलाखत

ज्यावेळी संशा विषयक उद्दीष्टांच्या पूर्ततेसाठी संशोधक हा संशोधन विषयी तज्ञांचे विचार माहिती करून घेतात. त्याच्याशी चर्चा करतात समस्याच्या अनुषंगाने विविध घटनांशी संबंधीत माहिती मुलाखतीने संकलीत करतात. त्याला संशोधनात्मक मुलाखत म्हणतात.

२. औपचारिकतेनुसार वर्गीकरण (According to formatity)

मुलाखत घेणारा आणि देणारा यांच्यातील संबंध लक्षात घेऊन या मुलाखतीचे दोन प्रकारात वर्गीकरण केले जाते.

(अ) औपचारिक मुलाखत

ज्यावेळी संशोधकाचे मुलाखत देणाऱ्याशी संबंध प्रस्थापित झालेले असतात. संशोधक कोणते प्रश्न विचारणार त्या प्रश्नांची सूची किंवा यादी देतो. त्यानुसार मुलाखत देणारा उत्तरे तयार करतो. त्याला औपचारिक मुलाखत म्हणतात. या मुलाखतीचे स्वरूप नियंत्रित असते.

(ब) अनौपचारिक मुलाखत

ज्यावेळी प्रश्न विचारणार व उत्तरदेणारा यांच्यात पूर्वपरिचय नसतो, कोणते प्रश्न विचारणार त्याची चर्चा झालेली नसते. अशा वेळी घेतली जाणारी मुलाखत अनौपचारिक मुलाखत असते. या मुलाखतीत प्रश्नाचा आकार संख्या, शब्द कमी किंवा जास्त असण्याची शक्यता असते. भावनावंश प्रश्न विचारला तर मुलाखत देणारा रागावतो. उदा. दुरदर्शनवर निवडणूकांच्या अनुषंगाने घेतलेल्या मुलाखती.

३. उत्तरदात्याच्या संख्येनुसार मुलाखतीचे प्रकार – (According to the number of respondents)
उत्तरदात्याच्या संख्येनुसार या मुलाखतीचे दोन प्रकार आहेत.

(अ) व्यक्तीगत मुलाखत – (Personal interview)

ज्यावेळी मुलाखत घेणारी व्यक्ती मुलाखत देणाऱ्या व्यक्तीच्या समोर बसून संवाद साधतात प्रश्न विचारतात त्यांची उत्तरे माहित करून घेतात. अशा मुलाखतीस व्यक्तीगत मुलाखत म्हणतात. या मुलाखतीत प्रश्न विचारणारा एक आणि उत्तर देणारी दुसरी व्यक्ती असते. उदा. दूरदर्शनवर एखाद्या प्रसिद्ध व्यक्तीशी केलेली बातचीत.

अशा मुलाखतीने खर्च वाढीची शक्यता असते. वेळेचा अपव्यय होतो. काही वेळा पक्षपातीपणा निर्माण होतो.

(ब) सामुहीक मुलाखत – (Group Interview)

ज्या वेळी प्रश्न विचारणारा एक आणि उत्तरे देणारे अनेक असतात त्याला व्यक्तीगत मुलाखत म्हणतात. उदा. निवडणूक निकालाबाबत प्रतिक्रिया व्यक्त करताना किंवा स्टुडिओमध्ये विविध पक्षांच्या व्यक्तींशी चर्चा करतात त्याला सामुहीक मुलाखत म्हणतात. काहीवेळा महत्वाचा प्रश्न विचारला त्यावेळी जाहीरातीसाठी ब्रेक दिला जातो त्यामुळे दोन प्रश्न आणि उत्तरे यांच्यात समन्वय साध्य होत नाही. या मुलाखतीवर नियंत्रण ठेवणे कठीण असते. आणि वाद होण्याची शक्यता असते.

३. अभ्यासपद्धतीनुसार मुलाखत वर्गीकरण – (Interview according to methodology)

संशोधनासाठी विविध माहिती संकलीत करताना संशोधक अभ्यासविषयक विविध बाधीचा अभ्यास करण्याच्या दृष्टीने ही पद्धत अधिक उपयोगी असते. त्याचे तीन प्रकार आहेत.

(अ) अनियंत्रित मुलाखत – (Unstructured Interview)

ज्यावेळी मुलाखतीत प्रश्न विचारतांना मुलाखत घेणारा विशिष्ट क्रमाने प्रश्न विचारत नाही त्याला अनियंत्रित मुलाखत म्हणतात. या मुलाखतीत प्रश्नाचा क्रम कोणताही असतो. दोन व्यक्तीमधील चर्चा मनमोकळी होते. प्रश्न विचारणारा व उत्तर देणारे यांना स्वातंत्र्य असते. प्रश्न विचारतांना पूर्वग्रह नसावा. या प्रकारच्या मुलाखतीस वेळ, श्रम, जास्त लागते. प्रश्न विचारणारा हुशार पाहिजे. उत्तर देणाऱ्यास बोलते करण्याचे कौशल्य प्रश्नकर्त्याच्या अंगी पाहिजे.

(ब) केंद्रीय मुलाखत – (Focussed Interview)

ज्यावेळी प्रश्नकर्ता आणि उत्तरदाता यांच्यात मुलाखत विशिष्ट उद्दीष्ट अनुभव आणि परिणामावर केंद्रीत असते त्याला केंद्रीत मुलाखत म्हणतात. अशा मुलाखती दुरदर्शन रेडीओवर मोठ्या प्रमाणात होतात. केंद्रीत मुलाखती विशिष्ट क्षेत्रातील तज्ञ व्यक्तीच्या असतात. उदा. रिझर्व बँकेचे चलन, धोरण, केंद्रीय अर्थमंत्र्यांची मुलाखत.

(क) फेरमुलाखत – (Repetative Interview)

एखाद्या सामाजिक आर्थिक राजकीय प्रश्नाबाबत झालेले परिवर्तन माहित करण्यासाठी पुन्हा पुन्हा मुलाखती घेतात त्याला फेर मुलाखत म्हणतात. ही मुलाखत सामाजिक, आर्थिक, राजकीय शासकीय मानसशास्त्रीय

इत्यादी क्षेत्राशी संबंधीत असते. उदा. विरोधी नेत्याची मुलाखत मुख्यमंत्र्याची मुलाखत प्राचार्याची मुलाखत शिक्षणाची मुलाखत यानुसार विविध घटकांवार प्रकाश टाकला जातो. त्यामुळे लोकमताची दिशा समजण्यास मदत होते.

मुलाखतीचे बरील सर्व प्रकारात संशोधक संशोधनाचा उद्देश, संशोधनास लागणारा खर्च, वेळ, श्रम यानुसार मुलाखत प्रकार निश्चित होतात. संशोधनात मुलाखत तंत्र उपयुक्त तंत्र आहे. संशोधक मुलाखत देणाऱ्याशी चर्चा करून विविध प्रकारची माहिती जमा करतात. आधुनिक काळात मुलाखत तंत्र संशोधकासाठी उपयुक्त साधन आहे.

३.४ १.४ मुलाखत तंत्राचे फायदे

(१) व्यक्तीनिष्ठता

मुलाखतीत व्यक्तीनिष्ठता तत्व स्विकारतात, मुलाखतीत संशोधक व उत्तरदाता यांचे प्रत्यक्ष स्वरूपात व्यक्तीगत संबंध निर्माण होतात. संशोधक उत्तरदाता यांच्यात परस्पर संबंध आल्याने संशोधनास लागणारी माहिती विस्तृत आणि सखोल मिळते.

(२) माहितीचे व्यापक संकलन

मुलाखत तंत्राने व्यापक माहिती जमा होते. पर्याप्त नमुना निवडला जातो. एखाद्या उत्तरदात्याने समाधानकारक उत्तरे दिली नाही तर दुसऱ्या उत्तरदात्याची निवड करता येते. त्यामुळे व्यापक माहिती संकलीत होते.

(३) विश्वसनीयता

मुलाखतीने सत्य माहिती संकलन होते. मुलाखतीत मुलाखत देणारा आणि घेणारा समोरासमोर असतात. त्यामुळे उत्तरदात्याला प्रश्न समजला नाही तर तो समजावून सांगतात. त्यामुळे विश्वसनीय माहिती जमा होते.

(४) अमूर्त घटनांचे अध्ययन

सामाजिक समस्यांवर अनेक अमूर्त घटनांचा प्रभाव त्यामध्ये व्यक्तीचा स्वभाव, भावना, विचार मतप्रवाह, दृष्टीकोन, नैतिक व भौतिक मूल्य इत्यादी घटकांचा समावेश त्याचे अध्ययन मुलाखतीने करता येते.

(५) लवचिक तंत्र

तथ्य माहिती संकलनाच्या इतर तंत्रापेक्षा हे तंत्र लवचिक आहे. मुलाखतकाराने तयार केलेल्या प्रश्नाव्यतिरिक्त प्रश्न विचारू शकतात. प्रश्नाच्या क्रमात बदल करता येतो. त्यामुळे मुलाखत तंत्र लवचिक आहे.

(६) पूरक माहिती प्राप्त करता येते

संशोधन समस्येच्या संबंधीत माहिती संकलीत करता येते. उत्तरदात्याची व्यक्तीमत्व स्वभाव या विषयी माहिती मिळते. निष्कर्ष मांडणी करतांना या माहितीचा उपयोग होतो.

(७) उत्तरदात्याची निवड

मुलाखत पद्धतीत उत्तरदात्याची निवड करण्याचे स्वातंत्र्य असते. निवड केलेला व्यक्ती अयोग्य वाटला तर दुसऱ्या व्यक्तीची निवड करता येते.

मुलाखत तंत्राचे दोष

(१) वेळ, श्रम व पैशाचा अपव्यय

मुलाखतीत उत्तरदात्याची वेळ आधीच ठरवणे तरी उत्तरदाते वेळेवर उपस्थित रहात नसल्याने मुलाखत घेण्यास वेळ लागतो. मुलाखतीला खर्च जास्त येतो. मुलाखतीत वेळ, श्रम, पैसा जास्त खर्च होतो.

(२) पशिक्षणाची आवश्यकता

मुलाखतीचा प्रभावीपणे अंमलबजावणीसाठी मुलाखतवार चतुर, हुशार व प्रशिक्षित पाहीजे. तसा नसेल तर चांगली माहिती जमा होत नाही. त्यामुळे निष्कर्ष चुकीचे मिळतात.

(३) वैयक्तिक पूर्वग्रहांचा प्रभाव

मुलाखतीत उत्तरदाता वर्णनात्मक उत्तरे देत असेल तर पूर्वग्रहाचा प्रभाव पडतो. त्याची व्यक्तीगत मते विचार, भावना यांचा प्रभाव पडतो. त्यामुळे माहिती संकलनावर परिणाम होतो.

(४) स्मरणशक्तीवर अवलंबून

मुलाखत घेतांना उत्तरदात्याने सांगितलेले उत्तरे नोंद पूर्ण करू शेत नाही. मुलाखतकाराने केलेल्या नोंदीच्या आधारे माहिती लिहीण्याचा प्रयत्न करतात. परंतु जशीच्या तशी माहिती संशोधकाला आठवत नाही त्यामुळे वस्तुनिष्ठता नष्ट होऊन कालहपनीक माहिती लिहीतात त्यामुळे निष्कर्ष कालपनीक असतात.

(५) अशुद्ध अहवाल

निवेदकाने दिलेल्या माहितीची व अहवाल लेखनात मुलाखतकारकाचे विचार, भावना यांचा प्रभाव पडतो. त्या अहवालात पक्षपात होण्याची शक्यता असते.

३.५ प्रश्नावली – (Questionnaire)

संशोधनाचे क्षेत्र व्यापक असेल तर संशोधक प्रत्यक्ष संपर्क साधणे शक्य नसेल त्यावेळी संबंधीत विषयाची प्रश्नावली तयार करून आणि पोस्टाद्वारे माहिती देणाऱ्या व्यक्तीकडे पाठविले जाते त्यांच्याकडून उत्तरे मागवली जातात. वास्तविक माहिती संकलनासाठी प्रश्नावली महत्वपूर्ण आधार असतो.

३.५ १.१ प्रश्नावलीचा अर्थ

सामाजिकशास्त्र व अर्थशास्त्र आकडेवारी जमाकरण्याची उत्कृष्ट पद्धत आहे. अभ्यास विषयाशी संबंधीत अनेक प्रश्न प्रश्नावलीत असतात. या प्रश्नांना अनुसरून उत्तरासाठी जागा सोडलेली असते. संशोधन समस्याचे ज्ञान असणाऱ्या लोकांकडून समस्येची माहिती किंवा आकडेवारी मिळवण्याच्या उद्देशाने केलेल्या सर्व समावेशक प्रश्नांचा संच किंवा प्रश्नपत्रिका म्हणजे प्रश्नावली होय. प्रश्नावली संशोधनाचे एक महत्वाचे साधन आहे. प्रत्यक्ष पद्धत म्हणून वापर करतात. काही वेळा प्रश्नावली संच पोस्टाने पाठवून उत्तरे मिळवून माहिती संकलीत करतात. तर काही प्रश्नावली संशोधक प्रत्यक्ष भरून घेतात. त्यावेळी ती प्रश्नावली न रहाता अनुसूची होते.

व्याख्या

गुड आणि हॅट – प्रश्नावली म्हणजे उत्तरे प्राप्त करून घेण्याची पद्धत असते. प्रश्नाची उत्तरे उत्तरदाता स्वतः भरून देतो.

जोहॅन गॅल्ट्रॅंग – लिखित प्रश्न आणि लिखित उत्तरे म्हणजे प्रश्नावली होय.

विल्सन गी – विस्तृतक्षेत्रात मोठ्या संख्येने किंवा एखाद्या निवडलेल्या लहान क्षेत्रात लोकांकडून मर्यादित प्रमाणात तथ्य संकलनाची सरळ पद्धत म्हणजे प्रश्नावली होय.

बोगार्डस – प्रश्नावली ही व्यक्तींना उत्तरे देण्यासाठी तयार केलेली एक प्रश्नमालिका असते.

सिनपाओ थंग – प्रश्नावली एक अनुसूची असते. जी सूचीतील व्यक्तींना किंवा निवडलेल्या व्यक्तींना पोस्टाने पाठविणे म्हणजे प्रश्नावली होय.

३.५ १.२ प्रश्नावलीचे प्रकार – (Types of Questionnaire)

प्रश्नाचे स्वरूप आणि हेतू यानुसार विविध प्रकार आहेत.

(१) बंदीस्त प्रश्नावली – (Close Questionnaire)

ज्या प्रश्नावलीत प्रत्येक प्रश्नाची उत्तरे पर्याय स्वरूपाची दिली जातात. आणि उत्तरकर्त्याने उत्तरापुढे बरोबर किंवा चूक अशी खूण करायची असते. त्याला बंदीस्त प्रश्नावली म्हणतात. या प्रश्नावलीत उत्तरदात्यास उत्तरे लिहायची नसतात. फक्त खूण करावी लागते. उदा. आपणास शिक्षण घेतांना गुणवत्ता किंवा शिष्यवृत्ती मिळाली होती काय? होय किंवा नाही. उदा. आपणांस एकत्र कुटुंब पद्धत आवडते का? होय किंवा नाही सरसरी काढण्यासाठी या पद्धतीचा उपयोग होतो.

(२) मुक्त प्रश्नावली – (Open Questionnaire)

संशोधकाने पुरविलेल्या प्रश्नावलीमध्ये प्रश्नाच्या पुढे होय किंवा नाही अशी खूण नसते आणि प्रश्नाची उत्तरे लिहीण्यासाठी जागा सोडलेली असते. त्याला मुक्त प्रश्नावली म्हणतात. या प्रश्नावलीत उत्तरदात्याची विवेकशिलता बुद्धीमत्ता, भाषा, हस्ताक्षर यांचा प्रभाव पडतो. या प्रश्नावलीने संशोधकाला विविध प्रकारची माहिती जमा होते. उदा. सहकारी बँकेच्या कार्यपद्धतीत दोष निर्माण होण्याची कारणे आपणांस कार्यपद्धतीत दोष निर्माण होण्याची कारणे आपणास कोणती वाटतात. उत्तर लिहीण्यासाठी सोडलेली असते उदा. राष्ट्रीय लोकशाही आघाडी काळात वेगवेगळ्या प्रांतात झालेल्या दंगली होण्याची नेमकी कारणे कोणती वाटतात.

उत्तर लिहीण्यासाठी जागा सोडलेली असते.

(३) चित्रमय प्रश्नावली – (Pictorial Questionnaire)

संशोधक प्रश्नावली तयार करतांना प्रश्नाच्या समोर होय किंवा नाही लिहीण्यास जागा सोडत नाही. विविध प्रश्न आणि उत्तरे चित्ररूपाने देतात. आणि विशिष्ट चित्रावर खूण करण्यास सांगतात. त्याला चित्रमय प्रश्नावली म्हणतात. ही प्रश्नावली कमी शिकलेल्या लोकांसाठी उपयोगी असते. चित्रमय प्रश्नावली आकाराने मोठी व आकर्षक असते. अशी प्रश्नावली तयार करण्यासाठी खर्च अधिक येतो. प्रश्नावलीत चित्र काढणे, अनेक प्रती छपाई, उत्तराची चित्रे व जागा यासाठी छपाई खर्च आणि पोस्टाचा खर्च अधिक येतो.

उदा. वरील चित्र बघितल्यावर आपली प्रतिक्रिया लिहा.

(४) संरचित प्रश्नावली

संशोधक संशोधन विषयक हेतू किंवा उद्देश लक्षात घेऊन प्रश्नावलीत कोणते प्रश्न विचारणे आवश्यक आणि कोणत्या क्रमाणे प्रश्न विचारणे आवश्यक यानुसार प्रश्नावली तयार करतात त्याला संरचित प्रश्नावली म्हणतात. संरचित प्रश्नावलीत प्रश्नाची पर्यायी उत्तरे दिली जातात. किंवा मुक्तस्वरूपात उत्तरे लिहीण्यास जागा सोडलेली असते. माहिती संकलन करण्याचा उद्देश या प्रश्नावलीचा असतो. प्रश्नाचा क्रम सोप्याकडून कठीणाकडे असतो. उदा. विद्यार्थ्यांसाठी प्रश्नावली

(१) विद्यार्थ्यांचे नाव -

(२) शाळेचे नाव -

इयत्ता -

(३) घरचा पत्ता -

(४) घरापासून शाळेचे अंतर

(५) असंरचित प्रश्नावली

ज्यावेळी संशोधकाला संशोधन समस्या संदर्भात माहिती उपलब्ध होत नाही अशी स्थिती असते त्यावेळी असंरचित प्रश्नावलीचा वापर करता. या प्रश्नावलीत प्रश्नांचा क्रम निश्चित नसतो. प्रश्नाची उत्तरे योग्य क्रमाने प्राप्त होत नाही. संशोधक स्थूल स्वरूपाचे प्रश्न विचारून उत्तरदात्यावर अधिक जबाबदारी टाकतात त्याला असंरचित प्रश्नावली म्हणतात. या प्रश्नावलीत लवचिकता असते. संशोधनाची सखोल माहिती जमा करता येते.

(६) मिश्रप्रश्नावली – (Mixed Questionnaire)

ज्या प्रश्नावलीत विविध प्रकारचे प्रश्न समाविष्ट असतात त्याला मिश्रप्रश्नावली म्हणतात. या प्रश्नावलीत बंदीस्त, मुक्त, चित्रमय इत्यादी प्रश्नावलीचा अधिक वापर करतात. संशोधनाचा हेतू उद्दीष्ट्ये माहिती जमा करण्यासाठी मिश्रप्रश्नावली तयार करतात. उदा. वैद्यकीय अधिकाऱ्याने तयार केलेली प्रश्नावली.

३.५ १.३ प्रश्नावलीचे फायदे

(१) विस्तृत क्षेत्राचे अध्ययन

प्रश्नावलीने व्यापक क्षेत्रात विखुरलेल्या व्यक्तींकडून कमी वेळेत माहिती जमा करता येते. व्यापक क्षेत्राचा अभ्यास करता येतो.

(२) कमीतकमी खर्च

प्रश्नावलीने कमी खर्चात माहिती जमा करता येते. प्रश्नावली छापणे व पोस्टाने पाठविणे इतकाच खर्च

येतो.

(३) माहिती त्वरीत प्राप्त

प्रश्नावली सर्व उत्तरदात्याकडे एकाच वेळी पाठवितात आणि उत्तरासहीत प्रश्नावली संशोधकाकडे जमा होतात. कमी कालावधीत माहिती प्राप्त झाल्याने संशोधन कामाला गती मिळते.

(४) स्वतंत्र आणि प्रामाणिक माहिती

प्रश्नावलीत प्रश्नाची उत्तरे लिहीण्यास स्वातंत्र्य असते कोणतेही दडपण नसल्याने चांगली माहिती जमा होते. यामाहितीमुळे तथ्य संकलन आणि परिक्षण करण्यास सोपे असते.

(५) सोयीचे तंत्र

प्रश्नावली तंत्राने संशोधनास घरबसल्या माहिती जमा करता येते विविध माहिती जमा करण्यास वेळ लागत नाही. खर्च, वेळ, श्रम, कमी लागतात. संकलीत माहितीचे वर्गीकरण करणे सोपे असते. त्यानुसार निष्कर्ष काढता येतात.

(६) उद्दीष्ट पूर्ण माहितीचे संकलन

प्रश्नावली तंत्रात संशोधक विविध माहिती नुसार प्रश्नावली तयार करतात त्यामुळे आवश्यक माहिती जमा होते.

प्रश्नावलीचे दोष

(१) सुशिक्षित उत्तरदाता

अशिक्षित व्यक्तीसाठी प्रश्नावली पद्धत उपयोगी नसते. इतर व्यक्तींना प्रश्नावलीत समाविष्ट करता येत नाही.

(२) अपूर्ण माहिती

प्रश्नावलीत जे प्रश्न समजतात त्याची उत्तरे उत्तरदाता देतो परंतु जे प्रश्न समजत नाही त्याची उत्तरे मिळत नाही त्यामुळे अपूर्ण माहिती मिळते.

(३) उत्तरदात्याचा अल्प प्रतिसाद

संशोधक प्रश्नावली उत्तरदात्याकडे पाठवितो परत पाठविण्यासाठी लिफाफा टिकीट लावलेले असते तरी उत्तरदाता परत पाठवत नाही त्यामुळे अल्पप्रतिसाद मिळतो.

(४) वेळेबाबत खात्री देता येत नाही

प्रश्नावली भरून अपेक्षित कालावधीत परत करावी अशी अपेक्षा त्यामुळे वेळ, रम, पैसा बचत होते परंतु उत्तरदाता प्रश्नावली भरून वेळेवर परत पाठविणार त्याची खात्री नसते, सुशिक्षित वर्ग अल्प प्रतिसाद देतात.

(५) प्रश्नाचे आकलन व चुकीची उत्तरे

कठीण प्रश्न विचारला तर तो समजत नाही त्यामुळे चुकीचे उत्तरे मिळतात. काही वेळा प्रश्नाचा अर्थ चुकीचा लावतात आणि त्यांच्या मनाप्रमाणे उत्तरे देतात त्यामुळे चुकीची उत्तरे मिळतात.

(६) नमुना सर्वेक्षण

प्रश्नावलीपद्धत नमुना निवडीसाठी उपयुक्त नसते. सुशिक्षित वर्गाला ही पद्धत उपयोगी परंतु अशिक्षित वर्गाला उपयुक्त नसते.

(७) संशोधक व उत्तरदाता यांच्यातील संबंध

प्रश्नावली संशोधक तयार करून उत्तरदात्याकडे पाठवतात. त्यांच्यात संबंध प्रस्तापित होत नाही दोन्ही एकमेकांना अनोळखी असतात. त्यामुळे प्रश्नाची उत्तरे पाठवितांना निष्काळजीपना दर्शवतात त्यामुळे प्रश्नावली भरून पाठविण्याची आवश्यकता त्यास वाटत नाही.

(८) उत्तरदात्याचे हस्ताक्षर

प्रश्नाची उत्तरे लिहीण्यास जागा सोडतात उत्तरदात्याने योग्य शब्दात वाचता येईल अशा पद्धतीने उत्तर लिहीणे. परंतु अक्षर अस्वच्छ, काय लिहीले ते वाचता येत नसेल तर संशोधकाला उत्तरे वाचण्याची समस्या निर्माण होते.

(९) सर्वसमावेशक प्रश्नाचा अभाव

प्रश्नावलीचा आकार योग्य पाहीजे. प्रश्नावली आकर्षक पाहीजे. उत्तरदात्याच्या मनावर प्रभाव टाकणारी पाहीजे. इत्यादी अपेक्षा प्रश्नावली संदर्भात असते. परंतु प्रश्नावली सर्व समावेशक नसेल तर योग्य प्रतिनिधीत्व करत नाही त्यामुळे संशोधक योग्य होत नाही.

३.६ व्यष्टीअध्ययन पद्धत – (Case study method)

सामाजिक संशोधनात महत्वाची पद्धत आहे. या पद्धतीने संस्था घटना किंवा समूहाचा सखोल अभ्यास केला जातो. एक विषय निवड करून सखोल अभ्यास करतात त्याला व्यष्टी अध्ययन पद्धत म्हणतात.

३.६ ३.१ व्यष्टी अध्ययन पद्धतीचा अर्थ

विविध विषयांची माहिती न मिळवता एका विषयाचा सखोल अभ्यास करून माहिती जमा करतात. सूक्ष्म पद्धतीने अभ्यास केला जातो. या पद्धतीचा वापर परिस्थिती सापेक्ष असतो.

व्याख्या

पॉलीन यंग – कोणतय तरी सामाजिक एककाचे व्यक्ती कुटुंबसंस्था वर्ग, जाती यांचे संशोधनात्मक विवेचन करण्याची पद्धत असते.

गुड आणि हॅट –

ज्या अध्ययनाने सामाजिक एककाचे एकात्मक स्वरूप स्पष्ट होते.

विसेन – गुणात्मक विश्लेषणाचे स्वरूप त्यात व्यक्ती संस्था समाज समुदाय इत्यादींचा काळजीपूर्वक अभ्यास करणे म्हणजे व्यष्टी अध्ययन पद्धत होय.

अल्फ्रेड मार्शल – निवडलेल्या कुटुंबाच्या घरगुती जीवनाचा सखोल अभ्यास करण्याची सर्वश्रेष्ठ पद्धत त्यामुळे विश्वसनीय निष्कर्ष प्राप्त होतात.

डॉ. गंगाधर कायदे व पाटील – उत्पादन संस्था, विशिष्ट खेडे, शहर यांचा अभ्यास करतांना एका घटकांची निवड करून सूक्ष्म व विस्तृत पद्धतीने अभ्यास करणे म्हणजे व्यष्टी अध्ययन पद्धत होय.

व्यष्टी अध्ययनाची वैशिष्ट्ये

(१) एक किंवा अधिक सामाजिक एककाचे अध्ययन

या पद्धतीत एक किंवा एकापेक्षा जास्त एकक निवडतात ते एकक कोणतीही व्यक्ती, कुटुंब, संख्या समूह जात, यांचा सूक्ष्म अभ्यास केला जातो. निवड केलेले एकक संख्या मर्यादित असते.

(२) समस्यांचे सखोल अध्ययन

कोणत्याही एककाच्या समस्यांचे सखोल अभ्यास केला जातो. त्या एककाची भूतकालीन ते वर्तमानकाळापर्यंतची विस्तृत माहिती संकलित केली जाते.

(३) व्यक्तीगत अध्ययन

या पद्धतीने व्यक्ती, कुटुंब, संस्था, समूह किंवा इतर कोणत्याही एककाचा व्यक्तीगत स्थरानुसार अभ्यास केला जातो.

(४) गुणात्मक अध्ययन

विशिष्ट एककाचे गुणात्मक माहिती संकलित करून वर्णनात्मक विश्लेषण करतात. संख्यात्मक अध्द्ययन केले जात नाही.

(५) एककाचे संपूर्ण अध्ययन

एककाच्या विविध पैलूचा अभ्यास केला जातो. एककाचे सामाजिक, मानशास्त्रीय, आर्थिक धार्मिक भौगोलिक आणि प्राणीशास्त्रीय या सर्व छाटीकोनाने अध्ययन केले जाते.

(६) ऐतिहासिक अध्ययन

व्यष्टी अध्ययन पद्धतीने एककाचे बराचकाळ अध्ययन करतात. ऐतिहासिक अध्ययनाने एककाच्या वर्तनावर झालेला परिणाम लक्षात येतो.

३.६ १.२ व्यष्टीअध्ययनाची प्रक्रिया – (Process of case study)

संशोधनात एका विशिष्ट घटकाचा अभ्यास करून संशोधन काम पूर्ण करतात. त्याला व्यष्टी अध्ययन पद्धत म्हणतात. व्यष्टी अध्ययन प्रक्रिया पुढीलप्रमाणे.

१. संशोधन विषयाचे स्पष्टीकरण

व्यष्टीअध्ययन पद्धतीचा उपयोग करण्यापूर्वी संशोधकाने संशोधनासाठी ज्या विषयाचा अभ्यास करणार त्याचे स्पष्टीकरण केले पाहिजे. त्यासाठी काही घटकाचा विचार केला जातो.

(अ) विषयाची निवड

संशोधनासाठी निवडलेला विषय सामान्य व निश्चित करणे त्यानुसार उद्दीष्टे निश्चित केले पाहिजे.

(आ) एककाचे प्रकार

संशोधन विषय निवड केल्यानंतर विषयाच्या अंतर्गत एकक किंवा घटकाचे कोणते प्रकार त्याचे निर्णय संशोधकाने घेणे संशोधन संस्था समाज व्यक्ती, कुटुंब यापैकी घटक किंवा एकक प्रकार निश्चित केला पाहिजे. त्यानुसार अभ्यास करणे.

(क) एककाची संख्या

भूतकालीन व वर्तमान माहितीचा विचार करण्यासाठी निरीक्षण व मुलाखत पद्धतीचा वापर करून अभ्यासपूर्ण माहिती एकत्र करतात. अभ्यासाचे स्वरूप स्पष्ट झाल्यानंतर एककाची संख्या निश्चित केली जाते. एककाची संख्या एककप्रकारानुसार मर्यादित पाहिजे.

(ड) विश्लेषण

एकक प्रकाराचे स्पष्टीकरण करणे संशोधकाला योग्य निष्कर्ष काढण्यासाठी मदत होते.

(२) घटनांचा क्रम

व्यष्टीअध्ययन पद्धतीत विषय निवड केल्यानंतर संशोधन विशय स्पष्ट करण्यासाठी विविध घटनांचा संबंध लक्षात घेऊन त्या घटनांना क्रमांक दिला जातो. तो क्रमांक संशोधन विषयाशी संबंधीत विशिष्ट कालखंडातील संशोधनासाठी विचारात घेतात.

(३) घटनांची कारणे

संशोधसमस्या संबंधीत घटना उद्दीष्ट स्पष्ट करण्यासाठी उपयुक्त असतात. घटनांना क्रमांक दिला जातो. त्यामुळे संशोधन करण्यास प्रेरणा मिळते. कोणतीही घटना घडण्यास कारण असते त्या शिवाय घटना घडत नाही. ज्या घटना घडल्या त्यांना क्रमांक दिल्याने घटनांची कारणेसमजल्यानंतर घटनांचे स्वरूप स्पष्ट होते. संशोधकाला ते शोधणे सोपे किंवा सहज शक्य होते. उदा. १९९० मध्ये व्ही. पी. सिंग यांचे सरकार मंडल आयोगाच्या शिफारशीमुळे पाडले.

(४) विश्लेषण आणि निष्कर्ष

वर्तमान घटनांचे कारणे शोधतांना भूतकालीन घटना त्यांचा परिणाम त्याचे विश्लेष संशोधकाला करावे लागते. व्यष्टीअध्ययन पद्धतीत एककाचा अभ्यास करतांना भूतकालीन व वर्तमानकालीन विचार करून विशिष्ट स्थितीचे कारणे शोधतात ते कारणे शोधल्यानंतर विश्लेषण करून निष्कर्ष काढतात. ते निष्कर्ष वस्तुनिष्ठ असतात.

३.६ १.३ व्यष्टीअध्ययन पद्धतीचे फायदे

(१) गृहीतकृत्य निर्मिती

व्यष्टीअध्ययन पद्धतीने अनेक महत्वपूर्ण गृहीतकृत्ये मांडणी करता येते.

(२) सखोल अध्ययन

यापद्धतीने सूक्ष्मदर्शक यंत्राप्रमाणे व्यक्ती, समूह, संस्था इत्यादी सामाजिक एककाचा सखोल अभ्यास केला जातो.

(३) एककाचे वर्गीकरण आणि -विभाजन

विविध एककांना वेगवेगळ्या समूहात विभाजन करणे आणि वर्गीकरण करण्यास व्यष्टीअध्ययन करणे आणि वर्गीकरण करण्यास व्यष्टीअध्ययन पद्धतीने मदत होते. ज्याद्वारे नमुना निवड करणे सुलभ होते.

(४) व्यक्तीगत अनुभव

एककाच्या जीवनाच्या अतिशय सूक्ष्म किंवा पैलूचा अभ्यास व्यष्टी अध्ययन पद्धतीने करता येतो. त्यामुळे संशोधकाला विविध प्रकारचे अनुभव प्राप्त होतात.

(५) व्यक्तीगत भावना व मनोवृत्तीचे अध्ययन -

एका व्यक्तीच्या कोणत्या परिस्थिती कोणत्या भावना, कोणत्या प्रकारची मनोवृत्ती त्याची माहिती या पद्धतीने मिळते.

(६) सामग्रीची संपूर्णता

या पद्धतीने संकलीत केलेली माहिती परीपूर्ण असते.

व्याष्टीअध्ययन पद्धतीचे दोष

(१) अवैज्ञानिक पद्धत

या पद्धतीत एककाची निवड करून तथ्य व माहिती संकलीत करतांना वैज्ञानिक पद्धतीचा वापर केला जात नाही. वैज्ञानिक कसोट्याचा वापर करत नाही त्यामुळे ही पद्धत अवैज्ञानिक कसोट्याचा वापर करत नाही त्यामुळे ही पद्धत अवैज्ञानिकी आहे.

(२) आर्थिकदृष्ट्या खर्चीक

या पद्धतीने खर्च अधिक येतो कारण दिर्घकाळ अभ्यास करावा लागतो. त्यामुळे वेळ, श्रम, खर्च इत्यादींवर मर्यादा रहात नसल्याने खर्चीक पद्धत आहे.

(३) निष्कर्षाचा परस्पर संबंध

व्यष्टीअध्ययनाने जमा केलेली माहिती विश्वसनीय असली तरी विशिष्ट घटका संदर्भात काढलेले निष्कर्ष दुसऱ्या घटकांना लागू पडत नाही. सर्वसामान्य निष्कर्ष दोन वेगवेगळ्या घटनांच्या संदर्भात संशोधकाला काढता येत नाही.

(४) दोष पूर्ण इतिहास

या पद्धतीने संशोधनात ऐतिहासिक कागदपत्राचा विचार केला जातो. ते कागदपत्र अचूक नसतात म्हणजे पूर्णपणे असत्य पक्षपाती, आत्मस्तुती स्पष्ट करणारी असतात. त्यामुळे संशोधकाला अहवाल लिहितांना निश्चित विधान करता येत नाही.

(५) विशिष्ट एककावर लक्ष केंद्रीत

या पद्धतीने संशोधकाचे लक्ष विशिष्ट एककावर असते. त्यामुळे संशोधकाची इतर एककाचा विचार करता येत नसल्याने व्यष्टी अध्ययन क्षेत्र मर्यादीत रहाते

(६) इतर घटकांकडे दुर्लक्ष

संशोधकाचे या पद्धतीने विशिष्ट एककावर लक्ष त्यामुळे इतर घटकांची माहिती जमा होत नाही. प्रतिनिधीक

एककाचा अभ्यास केला जात नाही.

(७) चुकीची माहिती

या पद्धतीने संशोधक विशिष्ट एककाचा संपूर्ण अभ्यास करतो. विशिष्ट व्यक्तीने असल, अतिशयोक्ती, पक्षपातपूर्ण माहिती पुरवल्यास संशोधनाचे निष्कर्ष चुकीचे मिळतात. चुकीच्या निष्कर्षाची पडताळणी संशोधकाला करता येत नाही.

(८) मानसिक वर्तनात पक्षपातीपणा

व्यष्टीअध्ययन पद्धतीने संशोधक विशिष्ट व्यक्ती, कुटुंब, समाज, उत्पादनसंस्था, राजकीय व्यक्ती यांचा अभ्यास करतांना त्या घटकांचा मानसिक वर्तनाचा पक्षपातीपणा निर्माण झाल्याचे संशोधकास आढळून येत परंतु संशोधकाचे वैयक्तिक संबंध त्या घटकांशी निर्माण झाल्याने संशोधक वस्तुनिष्ठेला प्राधान्य देत नाही. तटस्थ वृत्तीने संशोधन करत नाही त्यामुळे संशोधनात वस्तुनिष्ठतेचा अभाव आढळतो.

(९) अभ्यासक्षेत्र मर्यादीत

या पद्धतीने संशोधकाचा अभ्यास विशिष्ट घटकापुरताच मर्यादीत रहातो त्यामुळे त्या घटकाचे वास्तवीक ज्ञान प्राप्त होते परंतु अभ्यासाचे क्षेत्र मर्यादीत रहाते.

(१०) दोषपूर्ण जीवन इतिहास

व्यष्टी अध्ययनात व्यक्तीचा इतिहास मांडला जातो त्यामुळे तो इतिहास खरा आहे किंवा नाही ते तपासणे कठीण असते.

३.६ १.४ व्यष्टीअध्ययन पद्धतीचे महत्व

- (१) एका विशिष्ट एककाचा सूक्ष्म अभ्यास केला जातो. त्यामुळे सखोल अभ्यास होतो.
- (२) विविध समुहात विभाजन आणि वर्गीकरण करता येते.
- (३) नमुना निवड करण्याची आवश्यकता नसते.
- (४) गृहीत कृत्याची मांडणी करता येते.
- (५) विशिष्ट एककाचा विविध पैलाचा अभ्यास केला जातो.
- (६) संशोधनात येणाऱ्या समस्या दूर करता येतात.
- (७) विशिष्ट घटक किंवा एककाचा तुलनात्मक अभ्यास करता येतो.
- (८) एका विशिष्ट एककाचे निष्कर्ष मोठ्या अभ्यास विषयासंदर्भात गुणात्मक माहिती जमा होते.
- (९) एका विशिष्ट एककाचे गुणात्मक माहिती जमा होते त्यामुळे गुणात्मक अभ्यास केला जातो.

३.७ स्वअध्ययन प्रश्न

थोडक्यात उत्तरे लिहा.

- (१) निरीक्षणाचे प्रकार सांगा.
- (२) निरीक्षणाचे गुणदोष कोणते.
- (३) प्रश्नावलीचे गुण दोष सांगा.
- (४) मुलाखतीचे गुण दोष सांगा.
- (५) व्यष्टीअध्ययन पद्धतीचे महत्व सांगा.

एक ते दोन वाक्यात उत्तरे लिहा.

- (१) निरीक्षणाचा अर्थ सांगा.
- (२) मुलाखतीचे प्रकार कोणते.
- (३) प्रश्नावलीचे प्रकार सांगा.
- (४) व्यष्टीअध्ययन पद्धत म्हणजे काय?
- (५) तथ्य संकलनाच्या पद्धती कोणत्या?

सविस्तर उत्तरे लिहा.

- (१) निरीक्षणाचा अर्थ आणि गुण दोष सांगा.
- (२) प्रश्नावली म्हणजे काय, प्रश्नावलीचे गुण दोष स्पष्ट करा.
- (३) व्यष्टी अध्ययन पद्धत म्हणजे काय? व्यष्टी अध्ययन पद्धतीचे गुण दोष सांगा.

३.८ सरांश

तथ्य संकलनाच्या विविध पद्धती आहेत. निरीक्षण म्हणजे डोळ्यांनी जे पाहीले ते जसेच्या तसे मांडणी करणे म्हणजे निरीक्षण होय. निरीक्षणाने व्यक्तीगत निरीक्षण, सामुहीक निरीक्षण, सहभागी निरीक्षण, असहभागी निरीक्षण, अर्धसहभागी निरीक्षण इत्यादी प्रकार आहेत. मुलाखत तंत्र लोकप्रिय पद्धत आहे. विषयाच्या संदर्भात चर्चा करून माहिती संकलन करतात त्याला मुलाखत म्हणतात. मुलाखतीचे उद्दीष्टे औपचारिकता संख्या अभ्यासपद्धत या नुसार प्रकार केले जातात. संशोधकाला विश्वसनीय माहिती जमा होते. संशोधन क्षेत्र व्यापक तर प्रश्नावली पद्धतीचा वापर केला जातो. विषयाच्या संदर्भात प्रश्न तयार करून ते प्रश्न भषण माहिती संकलीत करतात. प्रश्नावलीचे बंदीस्त प्रश्नावली मुक्त प्रश्नावली, चित्रमय प्रश्नावली संरचित प्रश्नावली असंरचित प्रश्नावली, मिश्रप्रश्नावली अदी विविध प्रकार आहेत. व्यष्टी अध्ययन पद्धत ज्यावेळी संशोधन व्यापकता जास्त त्यावेळी एका लहान घटकाचा सूक्ष्म पद्धतीने अभ्यास करण्यात व्यष्टी अध्ययन पद्धत म्हणतात. संशोधकाला या पद्धतीनी त्वरीत निष्कर्ष काढता येतो.

३.९ परिभाषिक शब्द

निक्षीपण	-	Observation
मुलाखत	-	Interview
प्रश्नावली	-	Questionnaire
व्यष्टीअध्ययन	-	Case Study

३.१० संदर्भ सूची

- (१) रा.र बारुडे (२००५) संशोधन पद्धती शाळा पुणे विद्यार्थी गृह प्रकाशन
- (२) खैरनार दिलीप (२००९) प्रगत सामाजिक संशोधन पद्धती व सांख्यिकी डायमंड पब्लिकेशन्स पुणे
- (३) आगलावे प्रदिप (२०१०) सामाजिक संशोधन पद्धती शास्त्र व तंत्रे, श्री साईनाथ प्रकाशन नागपूर.
- (४) बोधनकर सुधीर, अलोणी विवेक अँड. कुलकर्णी मृणाल (२०११) सामाजिक संशोधन पद्धती, श्री साईनाथ प्रकाशन नागपूर.
- (५) पाटील वा.भा (२०१०) संशोधन पद्धती, प्रशांत पब्लिकेशन जळगाव.
- (६) कुलकर्णी बी.डी. ढमढेरे एस. व्ही (२००७) अर्थशासकीय संशोधन पद्धती डायमंड पब्लिकेशन्स पुणे.

३.११ सरावासाठी प्रश्न

- (१) निरीक्षणाचा अर्थ आणि प्रकार स्पष्ट करा.
- (२) निरीक्षणाचा अर्थ सांगून त्याचे गुण दोष स्पष्ट करा.
- (३) मुलाखत म्हणजे काय? मुलाखतीचे प्रकार आणि गुण दोष स्पष्ट करा.
- (४) व्यष्टी अध्ययन पद्धतीचे मूल्यमापन करा.

प्रकरण - ४

तथ्याची प्रक्रिया आणि विश्लेषण

४.०	उद्दिष्टे
४.१	प्रस्तावना
४.२	विषय विवेचन
४.३	वर्गीकरण
४.४	१.१ वर्गीकरणाचा अर्थ वैशिष्ट्ये उद्देश
	१.२ वर्गीकरणाचा आधार
	१.३ वर्गीकरणाचे गुणधर्म
	१.४ वर्गीकरणाचे प्रकार
४.४	वारंवारीता विभाजने
४.४	१.१ संघटीत आणि असंघटीत
४.४	१.२ खंडीत आणि अखंडीत
४.५	संचित वारंवारीता विभाजन
४.६	सारणीकरण
४.६	१.१ सारणीकाचा अर्थ
४.६	१.२ सारणीकाणाची वैशिष्ट्ये
४.६	१.३ सारणीची निर्माती
४.६	१.४ चांगल्या सारणीचे गुणधर्म
४.६	१.५ सारणीचे प्रकार
४.७	संशोधन अहवाल
४.७	१.१ संशोधन अहवालाचा अर्थ वैशिष्ट्ये
४.७	१.२ संशोधन अहवालाचे घटक
४.७	१.३ संशोधन अहवाल शैली
४.८	स्वय अध्ययन प्रश्न
४.९	सारांश
४.१०	परिभाषिक शब्द
४.११	संदर्भसूची
४.१२	सरावासाठी प्रश्न

४.० उद्दिष्टे

- ◆ वर्गीकरणाचा अर्थ वैशिष्ट्ये गुणधर्म यांचे अध्ययन करणे.
- ◆ वर्गीकरणाचे प्रकाराचा अभ्यास करणे.
- ◆ वारंवारिता विभाजनाचा अर्थ, संघटीत व अर्थसंघटीत आणि खंडीत व अखंडित विभाजनाचे अध्ययन करणे.
- ◆ संचित वारंवारीता तयार करणे.
- ◆ स्मरणीचा अर्थ, वैशिष्ट्ये, गुणधर्म, अर्थ प्रकारांचा अभ्यास करणे.
- ◆ संशोधन अहवालाचा अर्थ, वैशिष्ट्ये, घटक यांचा अभ्यास करणे.

४.१ प्रस्तावना

वर्गीकरण समानता किंवा भिन्नतेच्या आधारानुसार तथ्याची श्रेणी करणे त्याला वर्गीकरण म्हणतात.

वर्गीकरणाचे गुणात्मक, संख्यात्मक, स्थितीनुसार, स्वरूपानुसार प्रकार आहेत. संशोधकाने जमा केलेली माहिती ओळीमध्ये किंवा उतरत्या क्रमाने मांडणी करण्यास वारंवारीता विभाजन म्हणतात. तर संचित वारंवारीता सर्व वर्षभराच्या वारंवारीतेची बेरीज असते. सारणीकरण म्हणजे संशोधकाने जमा केलेली माहिती आडव्या किंवा उभ्या रकान्यात मांडणी करण्यास सारणीकरण म्हणतात. सारणीचे उद्देशानुसार स्वरूप, व्युत्पन्न, रचना, यानुसार प्रकार केले जातात. संशोधन अहवाल ही अंतिम अवस्था असते. विषय निवड केल्यापासून निष्कर्ष काढण्याची माहिती सुसूत्रीत करण्याची क्रिया म्हणजे संशोधन अहवाल असतो. संशोधन अहवालात प्रस्तावणा, समस्या वणून, उद्दीष्टे, गृहीतक तथ्यसंकलन पद्धत, कार्यक्षेत्र विश्लेष, प्रकाररचना, परिशिष्ट प्रक्रीया संदर्भ सूची यांचा समावेश असतो.

४.४.२ विषय विवेचन

वर्गीकरणाचा अर्थ, वैशिष्ट्ये, गुणधर्म प्रमाण स्पष्ट केले आहेत. वारंवारीता विभाजन संघटीत असंघटीत आणि खंडीत अखंडीत पद्धतीने स्पष्टीकरण केले. यांची वारंवारीता सर्व वर्षभराची वारंवारीतेची बेरीज असते. सारणीचा अर्थ वैशिष्ट्ये प्रकार स्पष्टीकरण केले आहे. तसेच संशोधन अहवालाचा अर्थ मांडणीत समाविष्ट - - - - चर्चा केली आहे.

४.४ ३ वर्गीकरण (Classification)

संशोधनासाठी संशोधन विषयाबाबत तथ्य किंवा सामुग्री संकलन करतात. तथ्य किंवा सामुग्री संकलन करतात. तथ्य मोठ्याप्रमाणात आणि विखुरलेले असतात. अशा तथ्याचे विश्लेषण करण्यापूर्वी संशोधनाच्या दृष्टीने निश्चित वर्गात वर्गीकरण करतात. ते वर्गीकरण समानता, पुरक यानुसार करतात.

४.३.१ वर्गीकरणाचा अर्थ

वर्गीकरण म्हणजे समानता किंवा भिन्नतेच्या आधारावर तथ्याची श्रेणी करणे म्हणजे वर्गीकरण असते. संशोधकाने संकलीत केलेल्या माहितीचे किंवा सामुग्रीचे गुण वैशिष्ट्यानुसार विविध वर्ग, उपवर्गात विभागण्याच्या क्रियेला वर्गीकरण म्हणतात. वर्गीकरणाने तथ्याची संक्षिप्त व सुव्यवस्थीत सारणीत मांडणी करता. उदा. म हाविद्यालयात प्रवेश दिलेल्या विद्यार्थ्यांचे ११ वी कला वाणिज्य, विान १२ वी कला, वाणिज्य, विज्ञान, प्रथम वर्ष कला वाणिज्य विज्ञान द्वितीय वर्ष कला वाणिज्य विज्ञान, तृतीय वर्ष कला वाणिज्य विज्ञान असे वर्गीकरण केले तर कोणत्या वर्गात किती विद्यार्थी त्याचा निष्कर्ष काढणे सोपे असते. एकूण विद्यार्थ्यांचे वर्गनिहाय विवेचन करणे म्हणजे विद्यार्थ्यांचे वर्गीकरण होय. तथ्य व महीतीत समानता प्रस्थापित करणसाठी वर्गीकरण आवश्यक असते.

व्याख्या

डी.एल. एलहान्स - वर्गीकरण तांत्रिक प्रक्रिययात असून ज्यामध्ये सादृश्यता व समानतेनुसार सांख्यिकीय माहिती गट किंवा वर्गात मांडण्याची प्रक्रिया म्हणजे वर्गीकर होय.

एल आर कोन्नोर - वर्गीकरण वास्तविक स्वरूपात असणाऱ्या तथ्यांना त्याची समानता, सादृश्यता या गुणांच्या आधारे समुह किंवा वर्गात क्रमबद्ध करण्याची क्रिया म्हणजे वर्गीकर होय.

डौ. गंगाधर कायदे व पटील - तथ्यांना विविध वर्गात समानता किंवा विषमतेच्या आधारे प्रकट करण्याची प्रक्रिया म्हणजे वर्गीकरण.

वर्गीकरणाची वैशिष्ट्ये

- (१) वर्गीकरण एक प्रक्रिया आहे.
- (२) वर्गीकरणाने समानता किंवा विषमता स्पष्ट होते.
- (३) तथ्याचे वर्गीकरण विविध गटात गुणभेदानुसार केले जाते.
- (४) संशोधनाने संकलीत केलेल्या माहितीत भिन्नता असल्याने वर्गीकरण शक्य होते.

- (५) तथ्याचे विविध वर्गात वर्गीकरण केल्यानंतर एका वर्गात असलेले तथ्ये परस्परांशी संबंधीत असतात.
- (६) वर्गीकरणानं योग्य माहिती स्पष्ट होते.

वर्गीकरणाचे उद्देश

- (१) एकत्रित तथ्यांना मर्यादीत व स्पष्ट रूप देणे.
- (२) तथ्यातील समानता, भेद स्पष्ट करणे.
- (३) तुलनात्मक विश्लेषणाची क्रिया सुलभ करणे.
- (४) तथ्यांचे महत्व निश्चित वर्ग पाडून स्पष्ट करणे.
- (५) निष्कर्ष काढण्यास सहाय्य करणे.
- (६) वर्गीकरण सारणीयनची पूर्व तयारी असते.

४.३.२ वर्गीकरणाचे आधार - - - -

(१) गुणात्मक आधार

संकलीत केलेले जे तथ्ये आकडे किंवा संख्येत मांडता येत नाही अशा तथ्याचे गुणात्मक आधाराने वर्गीकरण केले जाते. उदा. जात किंवा वैवाहीक परिस्थितीच्या आधारावर केलेल्या कोणत्याही समुदायाच्या वीजाजनास गुणात्मक विभाजन म्हणतात.

(२) संख्यात्मक आधार

ज्यावेळी संकलित केलेली तथ्ये किंवा माहिती संख्यांमध्ये व्यक्त केली जातात त्याला संख्यात्मक वर्गीकरण म्हणतात. उदा. वय, उत्पन्न खर्च इत्यादी.

(३) काळाचा आधार

तथ्याचे वर्गीकरण काळाच्या आधारावर केले जाते. विविध वर्षात साक्षरतेचे प्रमाण किती आहे त्याचे काळानुसार वर्गीकरण करणे सोपे असते.

(४) भौगोलिक आधार

तथ्याचे वर्गीकरण स्थान किंवा भौगोलिक क्षेत्राच्या आधारावर केले जाते. उदा. भारतात विविध राज्यातील लोकसंख्येचे वर्गीकरण भौगोलिक आधारानुसार केले जाते.

४.४.३ वर्गीकरणाचे गुणधर्म

- (१) वर्गीकरणात सर्व आकडेवारीचा विचार केला जातो.
- (२) वर्गीकरणात वेगळेपणा किंवा विविधता असते.
- (३) वर्गीकरणात स्थिरता असते.
- (४) वर्गीकरणाने लवचिकता प्राप्त होते.
- (५) गणितीय शुद्धता निर्माण होते.

४.४.३.४ वर्गीकरणाचे प्रकार

१. गुणात्मक वर्गीकरण

ज्या आकडेवारीचे वर्गीकरण विशिष्ट गुणानुसार केले जाते त्याला गुणात्मक वर्गीकरण म्हणतात. उदा. प्रथम वर्ष बी.कॉम. च्या ६० विद्यार्थीनी असून ४० विद्यार्थी आहेत.

(अ) साधेवर्गीकरण

वर्गीकरणाची साधी, सरळ, सोपी पद्धत आहे. उदा. १०० शेतकऱ्यांचा अभ्यास संशोधकाने केला त्यात सुशिक्षित व अशिक्षित असे वर्गीकरण करतात.

(ब) बहुगुणात्मक वर्गीकरण

संशोधकाने संकलित केलेल्या आकडेवारीचे गुणवैशिष्ट्यानुसार वर्गीकरण करतात. त्याला बहुगुणात्मक वर्गीकरण म्हणतात. प्रत्येक गट त्याचे उपगट आणि उपगटाचे पुन्हा गट असे वर्गीकरण करतात. ते जास्त गटात केल्याने गुंतागुंत वाढते. शिक्षण, रोजगार व्यवसाय, स्त्रीपुरुष असे बहुगुणात्मक वर्गीकरण संशोधनात निष्कर्ष काढण्यास उपयुक्त असते.

२. संख्यात्मक वर्गीकरण

ज्यावेळी वर्गीकरणात विविध संख्यात्मक घटकांचा विचार करून वर्गीकरण करतात त्याला संख्यात्मक वर्गीकरण म्हणतात. या वर्गीकरणात उत्पन्न, वेतन वजन, उंची, बुद्धीमत्ता इत्यादींचा विचार करतात. संख्यात्मक वर्गीकरणाचे पुढील प्रकार आहेत.

(अ) काळानुसार वर्गीकरण

ज्या आकडेवारीचे काळानुसार वर्गीकरण करतात त्याला काळानुसार वर्गीकरण म्हणतात. उदा भारताची जणगणना दर १० वर्षांनी होते. उदा. निवडणूका दर पाच वर्षांनी घेतात.

(आ) स्थानानुसार वर्गीकरण

संशोधकाने संशोधनात संकलित केलेल्या माहितीचे क्षेत्र स्थान आणि भौगोलिक प्रदेशानुसार वर्गीकरण केले जाते. त्याला स्थानानुसार वर्गीकरण म्हणतात. उदा. उत्तर महाराष्ट्रातील नागरी सहकारी बँका.

३. स्थितीनुसार वर्गीकरण

ज्यावेळी वर्गीकरण करतांना संशोधन संबंधीत विषयाची स्थिती, प्रकृती लक्षात घेऊन आकडेवारीचे वर्गीकरण केले जाते त्याला स्थितीनुसार वर्गीकरण म्हणतात. उदा. संशोधकाने २०० कुटुंबांचा अभ्यास केला. त्यात दारीद्र्य रेषेखालील व दारीद्र्य रेषेच्या वरील कुटुंबे, ज्यामध्ये कच्ची घरे, पक्की घरे कर्ज बाजारी, कर्ज मुक्त, घर नसलेले असे स्थितीनुसार वर्गीकरण केले जाते.

४. स्वरूपानुसार वर्गीकरण

संशोधक आकडेवारीचे वर्गीकरण करतांना अंक मांडण्याच्या विविधपद्धतींचा अवलंब करतो त्याला स्वरूपानुसार वर्गीकरण म्हणतात. पदमालेचे वैयक्तिक पदमाला खंडीत पदमाला आणि सतत पदमाला असे वर्गीकरण केले जाते. त्याला स्वरूपानुसार वर्गीकरण म्हणतात.

४.४ वारंवारीता विभाजन (Freanen Distmibution)

संशोधनाने जमा केलेली माहिती किंवा कच्ची आकडेवारी आडव्या ओळीमध्ये किंवा उतरत्या क्रमाने लिहीणे म्हणजे वारंवारीता विभाजन होय. जमा माहिती मांडण्याच्या विविध पद्धती तर वारंवारीता विभाजन प्रथम पायरी आहे.

उदा. प्रत्येक कुटुंबात किती व्यक्ती आहेत. संशोधकाने २० कुटुंबांची पाहणी केल्यास त्याला मिळालेली माहिती ४,६,४,५,३,२,७,४,३,२,५,४,३,२,५,२,४,३,४ याप्रमाणे आहे. ती आकडेवारी मांडणे म्हणजे वारंवारीता विभाजन होय.

कुटुंबातील व्यक्ती	२	३	४	५	६	७
कुटुंबे	३	४	६	३	२	१

अंकाची रचना करण्याच्या पद्धतीस वारंवारीता वितरण म्हणतात.

(१) वर्ग

मोठ्या प्रमाणाच्या आकडेवारीला संक्षिप्त रूप देण्यासाठी विशिष्ट गटात विभाजन करतात त्याला वर्ग म्हणतात.

(२) वर्ग मर्यादा

जमा केलेली माहिती आकडेवारीनुसार विविध वर्गात मांडलेली असते त्या वर्गातील लहान संख्या (कनिष्ठ

मर्यादा) आणि मोठी संख्या (जेष्ठ मर्यादा) त्या वर्गाची मर्यादा म्हणतात. उदा. १०-२० या वर्गांनी १० कनिष्ठ मर्यादा तर २० वरीष्ठ मर्यादा आहे.

(३) वर्गोत्तरमध्य

सा---- वरिष्ठ मर्यादा व जेष्ठ मर्यादा यांच्या बेरजेला दोन भाग देऊन वर्गोत्तर मध्य मिळतो.

$$\text{उदा. } \frac{१० + २०}{२०} = \frac{३०}{२} = १५ \quad \text{वर्गोत्तर मध्य आहे.}$$

(४) वर्गोत्तर

एखाद्या वर्षातील जेष्ठ मर्यादा व कनिष्ठ मर्यादा यांच्यातील अंतराला वर्षाभर म्हणतात. उदा. १० ते २० या वर्गाचे वर्गोत्तर १० आहे

(५) रेषाचिन्ह

एका विशिष्ट गटात समाविष्ट होणाऱ्या रेषा जितक्यावेळा तेवढ्या रेषाचिन्ह ।।।। ती संख्या या पद्धतीने लिहील्या जातात.

(६) वर्गाची वारंवारीता

वर्गाच्या निरीक्षणातील एकूण संख्येस या वर्षाची वारंवारीता म्हणतात.

(७) एकूण वारंवारीता

वर्गाच्या सर्व वारंवारीतेच्या बेरजेस एकूण वारंवारीता म्हणतात.

४.४ १.१ संघटीत आणि असंघटित विभाजन

संघटीत विभाजन

ज्यावेळी दिलेली माहितीचे वर्गोत्तर आणि वारंवारीता दिलेली असेल त्यावेळी त्यास संघटीत विभाजन म्हणतात.

वर्गोत्तर १०,२०	२०-३०	३०-४०	४०-५०	५०-६०
वारंवारीता - ५	१०	२०	८	७

या प्रमाणे मांडणीस संघटीत विभाजन म्हणतात.

असंघटीत विभाजन

ज्यावेळी संशोधकाने ५० विद्यार्थ्यांना गणित विषयाची चाचणी दिली त्यांना खालीलप्रमाणे गुणांक मिळाले आहेत.

८५	६६	७६	४५	६६	९१	७७	६४	७१	७४
४७	७८	७६	४२	७०	५८	७१	६७	८०	७८
७३	४८	६८	८७	८१	७२	६५	६९	७३	८४
७५	५६	५८	८७	५६	७२	६२	९३	७३	८३
२७	८१	५१	६१	५३	७२	६२	७९	८८	७९

सर्वात मोठी संख्या ९७

सर्वात लहान संख्या ४२ म्हणून ९७ - ४२ = ५५ विस्तार आहे.

साधारणपणे यागुणाकाराचे १० ते १५ गट पडू शकतात.

गुणोत्तराची लांबी गुणोत्तराचा विस्तार

$$\text{गुणोत्तराची लांबी } \frac{\text{गुणोत्तराचा विस्तार}}{\text{अपेक्षित संख्या}} = \frac{५५}{६} = ९.१ \text{ म्हणजे}$$

वर्गोत्तर संख्या १० राहिल

वर्गोत्तर	रेषाचिन्ह	वारंवारीता
३० - ३९	-	०
४० - ४९		०४
५० - ५९	≡	०६
६० - ६९	≡ ≡	१०
७० - ७९	≡ ≡ ≡ ≡	१८
८० - ८९	≡	०९
९० - ९९		०३
१०० - १०९	-	

वरील असंघटीत माहितीचे संघटीत वर्गात विभाजन करा.

४.४ १.२ खंडीत आणि अखंडीत वारंवारीता वितरण

खंडित वारंवारीता वितरण

ज्यावेळी फक्त पूर्ण संख्या विचारात घेतल्या जातात. अपूर्णाकात व्यक्त केले जात नाही. उदा. प्रत्येक वर्गात विद्यार्थ्यांची संख्या असामुहीक किंवा विस्थापीत सामुग्रीसाठी ही पद्धत उपयोगी आहे. खालील सामुग्री २० कुटुंबातील मुलांची संख्या दर्शवते त्यानुसार वारंवारीता वितरण तयार करतात.

उदा. २ ३ ० १ ३ २ १ ० २ १ ३ २ २ ४ १ ३ २ १

२२ मुलांची संख्या दर्शवणारे वारंवारीता कोष्टक

मुलांची संख्या	रेषाचिन्ह	वारंवारीता
०		०२
१	≡	०५
२	≡	०८
३		०४
४		०१
	एकूण वारंवारीता	२०

अखंडीत वारंवारीता

वर्गसमाच्या आतील अंतर लक्षात घेऊन प्रत्येक अपूर्णाक मूल्य सामावून घेण्यास हे वितरण योग्य आहे. उदा. लोकांची उंची, वजन, कामगारांचे वेतन इत्यादी माहिती या वितरणात मांडणी करतात. वर्गांतरानुसार या वर्गीकरणाचे अपवर्जक पद्धत आणि समावेश पद्धत अशा दोन पद्धती आहेत.

(अ) अपवर्जक पद्धत

जेव्हा एखादाच वर्गाची कमाल मर्यादा ततून वगळून पुढील वर्गात समाविष्ट केली जाते. त्याला अपवर्जक पद्धत म्हणतात. उदा. २० ही संख्या १० - २० या वर्गातून वगळून २०-३० या वर्गात समावेश कारण दोन वर्गांच्या सीमामध्ये अंतर नसते. वर्गमर्यादा एकमेकास व्यापतात.

(ब) समावेशक पद्धत

जेव्हा वर्गाची कमाल मर्यादा त्याच वर्गात समाविष्ट केली जाते त्याला समावेशक पद्धत म्हणतात. दोन वर्गामध्ये अंतर असते. उदा. ०-१०, १०-२०, २०-३०, इत्यादी

उदा. एका वर्गातील २० विद्यार्थ्यांचे गुण दिलेले आहेत. ५, १५, १०, १२, १८, २२, २०, १९, ४, ६, ९, ११, १४, १३, १६, १८, १५, २४, २०, २७ या उदाहरणात सर्वात मोठी संख्या २७ आहे. व सर्वात लहान संख्या ५ आहे यामधील अंतर २७-५ = २२ विस्तार असून पाच गटात विभाजन केले जाईल.

वर्गांतर विभाजन कोष्टक

वर्गोत्तर	रेषाचिन्ह	वारंवारिता
0-५	I	0१
५-१०	III	0३
१०-१५	≡	0५
१५-२०	≡ I	0६
२०-२५	≡	0५
	एकूण वारंवारिता	२०

४.५ संचित वारंवारिता विभाजन (Cumulative /Freaueneu Distribution)

प्रत्येक वर्गोत्तराची वारंवारिता त्या गटासमोर दिलेली असल्यास त्या प्रत्येक वर्गोत्तराची वारंवारिता अधिच्या संचित वारंवारितेची बेरीज केल्यास संचित वारंवारिता तयार होते. समजा १०-२० वर्गाभराची वारंवारिता ५ आणि २०-३० या वर्गाभराची वारंवारिता १५ तर ३०-४० वर्गोत्तराची वारंवारिता २० असल्यास संचित वारंवारिता तयार करतांना पहिल्या गटाची संचित वारंवारिता ५ राहिल तर दुसऱ्या गटाची संचित वारंवारिता ५+१५ = २० राहिल. आणि तिसऱ्या गटाची संचित वारंवारिता २०+२० = ४० राहिल याप्रमाणे संचित वारंवारिता तयार केली जाते.

उदा. खालील कामगारांची संख्या आणि मजूरी वितरणानुसार संचित वारंवारिता तयार करा.

मजूरी रु =	१०-२०	२०-३०	३०-४०	४०-५०
कामगार संख्या =	२०	३०	३५	१५

संचित वारंवारिता - विभाजन

वर्गोत्तर	वारंवारिता	संचित वारंवारिता
१०-२०	२०	२०
२०-३०	३०	३०+३०=६०
३०-४०	३५	६०+३५ = ९५
४०-५०	१५	९५+१५ = ११०
एकूण	१००	

वरील प्रमाणे प्रत्येक वर्गाभराची बेरीज केल्यास संचित वारंवारिता तयार होते. या उदाहरणात कमीत कमी संचित वारंवारिता २० आहे तर जास्तीत जास्त संचित वारंवारिता ११० आहे.

४.६ सारणीकरण (Tabulation)

सारणीकरण हे सांख्यिकीय तथ्यांच्या विश्लेषणाच्या यांत्रिक प्रक्रियेचा एक भाग आहे. सामाजिक संशोधनासाठी एकत्र केलेल्या तथ्यांना किंवा आकडेवारींना सुव्यवस्थित व सरळ स्वरूपात प्रस्तुत करणे म्हणजे सारणीकरण होय. संकलित केलेल्या माहितीचे वर्गीकरण करून ते वर्गीकृत तथ्यांना एका तकत्यांतर्गत स्तंभ किंवा ओळीत मांडणी करतात. त्यामुळे तथ्याची वैशिष्ट्ये आणि तुलनात्मक महत्व स्पष्ट होते.

४.६ १.१ सारणीकरणाचा अर्थ

संशोधकाने विविध मार्गाने संकलित केलेल्या माहितीचे वर्गीकरण केल्यानंतर योग्य निष्कर्ष काढण्यासाठी व परस्पर संबंध माहित करून घेण्यासाठी उभ्या आणि आडव्या रकान्यात मांडणी करण्याच्या पद्धतीला सारणीकरण म्हणतात. आकडेवारीच्या वर्गीकरणामुळे आकडेवारी विविध वर्गात व उपकटात विभागली जाते. सारणीकरणामुळे आकडेवारी विविध वर्गात व उपकटात विभागली जाते सारणीकरणामुळे वर्गीकृत आकडेवारीला सरळरूप प्राप्त होते. संशोधकाला सारणीकरणाचा प्रत्यक्ष उपयोग होतो. संकलित केलेल्या माहितीचे स्पष्टीकरण

करता येते.

व्याख्या

कॉर्निस – समस्या अधिक स्पष्ट करण्यासाठी प्राप्त आकडेवारीचे नियमित व व्यवस्थितपणे प्रदर्शन करणे म्हणजे सारणीकरण होय.

ब्लेअर – प्राप्त आकडेवारीस रकाने आणि ओळीत क्रमबद्ध करण्याच्या व्यवस्थेला सारणीकरण म्हणतात.

एलहान्स – तथ्य किंवा माहिती स्तंभ व ओळीमध्ये व्यवस्थित मांडण्याची प्रक्रिया असते. एका बाजूला माहितीचे संकलन आणि दुसऱ्या बाजूस माहितीचे स्पष्टीकरण या प्रक्रियेला सारणीकरण म्हणतात.

डॉ. जे. सी. चतुर्वेदी – दोन दिशामध्ये वाचता येईल अशा रचरूपात ओळी आणि स्तंभात तथ्ये किंवा माहिती एका क्रमबद्ध पद्धतीने व्यवस्थित करण्याच्या प्रक्रियेस सारणीकरण म्हणतात.

निसबॅंगर – तथ्याच्या क्रमबद्ध ओळी व रकान्यात मांडण्याची क्रिया म्हणजे सांख्यिकीय सारणी होय.

४.६ १.२ सारणीकरणाची वैशिष्ट्ये

- (१) सारणी ही एक पद्धत आहे.
- (२) आकडेवारीचे वर्गीकरण केल्यानंतर सारणीकरण केले जाते.
- (३) सारणीकरणाने तथ्ये किंवा माहिती विभागणी करून विश्लेषण करण्याच्या प्रक्रियेला सुरुवात होते.
- (४) संकलित माहिती वर्गीकरण करून वर्गीकृत आकडेवारी सारणीत क्रमबद्ध केली जाते.
- (५) आकडेवारीचे वर्गीकरण सारणीकरणाची पूर्व तयारी असते.
- (६) समानता किंवा विषमता गुण लक्षात घेऊन सारणीकरणात रकाने आणि ओळी यावर भर दिला जातो.

सारणीकरणाचे महत्त्व

- (१) सारणीकरणाने संशोधकाला निष्कर्ष त्वरीत काढता येतो.
- (२) सारणीकरणाने आकडेवारी विशिष्ट रकान्यात मांडणी केल्याने स्पष्टीकरण करता येते.
- (३) दोन समान घटकांची तुलना करण्यास मदत होते.
- (४) सारणीकरणाने चित्र व आलेख काढता येतो.
- (५) संशोधकाने संकलीत केलेली माहिती तपासून पहाता येते त्यामुळे चुकाची दुरुस्ती करता येते.
- (६) संकलीत माहिती क्रमबद्ध पद्धतीने मांडणी करतात.
- (७) समानता व विषमता स्पष्ट करता येते.

४.६ १.३ सारणीची निर्माती (Preparation of Table)

सारणी तयार करतांना पुढील बाबींकडे लक्ष द्यावे लागते.

१. शिर्षक

- (अ) सारणीला उचित योग्य शिर्षक असावे.
- (आ) शिर्षक सामान्यपणे एक-दीड ओळीचे पाहीजे.
- (इ) सामान्यपणे शिर्षक मुळ किंवा ठळक अक्षरात (Capital letter) असावे.
- (ई) शिर्षक स्पष्ट आणि आकर्षक पाहीजे.
- (उ) शिर्षकात सारणीचा विषय कालावधी, वर्गीकरण आधार सूचना इत्यादी बाबी पाहीजे.

२. रकाने किंवा स्तंभ

- (अ) कागदाच्या आकारानुसार रकान्याचा आकार, व संख्या निश्चित करणे.
- (आ) रकाने शक्यतो उभे (Vertical) असावेत.
- (इ) रकान्याचा आकार परस्पर समान पाहीजे.
- (ई) प्रत्येक सारणीत एकूण बेरजेसाठी एक रकाना असावा.

३. अनुशिर्षक व अनुलेख

- (अ) प्रत्येक रकान्यावर अनुशिर्षक आणि प्रत्ये मोठ्या ओळीवर अनुलेख लिहावा.
(आ) अनुशिर्षक व अनुलेख स्वच्छ, स्पष्ट आणि सुंदर असावा.

४. ओळी किंवा रांगा

- (अ) ओळीमध्ये सूचना असाव्या.
(आ) वर्णनात्मक भौगोलिक सामाजिक, संख्यात्मक, तुलनात्मक इत्यादी नुसार सूचना असतात.

५. रकान्याचा क्रम

- (अ) पहिला रकाना शक्यतो वर्णनात्मक पाहीजे.
(आ) ज्या संख्याची तुलना करावयाची त्या जवळ जवळ पाहीजे.
(इ) ज्या संख्याचे माध्य, प्रतिशत काढायचे आहेत त्याचे रकाने वेगळे असावेत.

६. टीपा

- (अ) महत्वाच्या सूचना देण्यासाठी टीपा द्याव्यात
(आ) एखादी संख्या इतर संख्येपेक्षा भिन्न असेल तर \times १ यासारखी चिन्हे देऊन टीपणबद्ध करणे.

४.६ १.४ चांगल्या सारणीकरणाचे गुणधर्म

(१) आकर्षक रचना

उपलब्ध तथ्ये माहितीचे विश्लेषण करतांना गुणात्मक संख्यात्मक किंवा भौगोलिक वर्गीकरण केल्यानंतर सारणीकरण करतात. तीची रचना आकर्षक पाहीजे. अंक मांडण्याची पद्धत सोडलेली जागा सारणीचे रकाने इत्यादी मांडणी आकर्षक पाहीजे.

(२) योग्य सुसंगत आकार

सारणीत समाविष्ट केले जाणारे आकडे लक्षात घेऊन सारणीचे स्वरूप निश्चित होते. सारणी लहान पाहीजे त्यामुळे अर्थ बोध होतो. संशोधनात जास्त मोठ्या सारण्या नसाव्यात.

(३) वैज्ञानिक पद्धतीचा आधार

उपलब्ध माहिती गुणात्मक संख्यात्मक वर्गीकरणानंतर सारणीक्रमांक सारणीचे शिर्षक उपशिर्षक संदर्भ संक्षिप्त टीपा, बेरजा इत्यादीचा समावेश सारणीत पाहीजे. सारणी तयार करतांना वैज्ञानिक पद्धतीचा अवलंब करावा.

(४) उद्देशानुसार सारणीची रचना

सारणी तयार करताना त्या उद्देशाने सारणी तयार केली तो उद्देश सफल झाला पाहीजे. सारणीचे निरीक्षण केल्यानंतर निश्कर्ष काढता आला तरच सारणी आदर्श समजली जाते.

(५) स्पष्टता व साधेपणा

सारणी तयार करतांना रकान्यांची संख्या फार जास्त नसावी. सारणीत रकाने व ओळी कमीत कमी असल्या तर सारणीत साधेपणा व स्पष्टता गुण आढळतो. सारणी जास्त कठीण नसावी.

(६) तुलनात्मक अध्ययन

सारणीत विविध रकाने त्या रकान्याची परस्पर तुलना करता येते. क्रमबद्ध पद्धतीने मांडणी करणे आकडेवारीची तुलना करता आली पाहिजे. सारणीत गुणात्मक व संख्यात्मक वर्गीकरण पाहीजे. वरील गुणधर्म सारणीत असतील ती सारणी आदर्श सारणी असते.

४.६ १.५ सारणीचे प्रकार (Types of Tabulation)

सारणीकरणाचे वर्गीकरण उद्देश आणि आकार यानुसार सारणीचे प्रकार केले जातात.

१. उद्देशानुसार सारणीचे प्रकार

सारणीचा उद्देश लक्षात घेऊन सारणीचा प्रकार अभ्यास करतात त्याला उद्देशानुसार सारणी म्हणतात. त्याचे

दोन भागात वर्गीकरण आहे.

(अ) सामान्य उद्देश सारणी

सारणीचा हा सोपा प्रकार आहे. अंकाची मांडणी करून अंकांना सरळ व सोपे रूप प्रदान करतात त्यामुळे त्या घटक किंवा एककाविषयी माहिती मिळते.

(ब) विशेष उद्देश सारणी

जी सारणी विशेष उद्देशाने तयार करतात आणि तय्यसारणीत दोन किंवा अधिक विषयाचा परस्पर संबंध, फरक, प्रतिशत प्रमाण, सारासरी यांचा समावेश असते. त्याला विशेष उद्देश सारणी म्हणतात. या सारणीचा उपयोग सरासरी, सहगुणक, शेकडेवारी काढण्यासाठी केला जातो.

२. स्वरूपानुसार प्रकार

संशोधनातील प्राप्त आकडेवारी मुळ स्वरूपात मांडतात त्यासारणीस मुळ सारणी म्हणतात. सभ्य, असभ्य, सुंदर-कुरूप असे गुणात्मक वर्गीकरण असते. तसेच वजन, उंची वय इत्यादीचा विचार करून संख्यात्मक वर्गीकरण करतात. महिना वर्ष यांचा विचार करून काळात्मक वर्गीकरण करतात. जिल्हा राज्य, देश यानुसार भौगोलिक वर्गीकरण करतात. इत्यादी सर्व वर्गीकरण मुळ वर्गीकरणाशी संबंधीत असतात.

३. व्युत्पन्न सारणी

ज्या आकडे वारीत मुळ आकडेवारीचा समावेश न करता त्या आकडेवारीनुसार प्राप्त बेरजा प्रतिशतप्रमाण इत्यादीचा समावेश करून सारणी तयार केली जाते त्याला व्युत्पन्न सारणी म्हणतात.

४. रचनेनुसार सारणी

ज्या वेळी आकडेवारीची विविध माहिती किंवा तथ्यानुसार केली जाते त्याला रचनेनुसार सारणी म्हणतात. त्याचे दोन प्रकार आहेत.

(अ) साधीसारधी

ज्या अंकाची रचना एकाच गुणाच्या आधारे केली जाते त्याला साधी सारणी म्हणतात. ही सारणी समजण्यास सोपी असते. उदा. एखाद्या महाविद्यालयात शिक्षण घेणाऱ्या विद्यार्थ्यांची वर्गनिहाय माहिती दर्शवणारी सारणी, अकरावी, बारावी, प्रथम वर्ष, द्वितीय वर्ष, तृतीय वर्ष, पदवीतर इत्यादीची बेरीज म्हणजे महाविद्यालयातील एकूण विद्यार्थी समजतात.

(ब) एकत्रितसारणी

ज्या सारणीत एकापेक्षा जास्त गुणवैशिष्ट्ये, भाग, उपभाग करून विचारात घेतात त्या सारणीस एकत्रित सारणी म्हणतात. एकत्रित सारणीत रकान्याची संख्या गुणाच्या प्रमाणात वाढत जाते. एकत्रित सारणीचे तीन प्रकार आहेत.

(१) द्विगुण सारणी

ज्या वेळी तयार केलेल्या सारणीद्वारे दोन गुण वैशिष्ट्ये स्पष्ट होतात त्याला द्विगुण सारणी म्हणतात. उदा. वाणिज्य महाविद्यालयात शिक्षण घेणाऱ्या विद्यार्थी व विद्यार्थिनीची संख्या

(२) त्रिगुणसारणी

ज्या सारणीत तीन गुणवैशिष्ट्ये आढळतात त्यास त्रिगुणसारणी म्हणतात. उदा. उत्तर महाराष्ट्र विद्यापिठात विविध विद्याशाखेत शिक्षण घेणाऱ्या विद्यार्थी व विद्यार्थिनी यांच्या संख्येत नियमित (Regular) आणि अनियमित (External) परिक्षेस बसलेल्या विद्यार्थ्यांची संख्यात्मक विवेचन करणारी सारणी उदा.

उदा. त्रिगुण सारणी

शाखा	विद्यार्थी		विद्यार्थिनी		एकूण नियमित	एकूण अनियमित	एकूण
	नियमित	अनियमित	नियमित	अनियमित			
कला							

वाणिज्य							
विज्ञान							
विधी							
एकूण							

(३) बहुगुण सारणी

सारणी करतांना विविध गुणाचा विचार करून सारणी तयार केली जाते. अशा सारणीस बहुगुण सारणी म्हणतात. उदा. उत्तर महाराष्ट्र विद्यापिठाच्या परिक्षा विभागाने तयार केलेली बहुगुण सारणी.

५. आकृतीसारणी

ज्या सारणीत खंडीत श्रेणी किंवा अखंडीत श्रेणी दाखविल्या जातात त्या सारणीस आकृतीसारणी म्हणतात. त्याचे दोन भाग केले जातात. पहिल्या भागास मूल्य म्हणून समजतात तर दुसऱ्या भागास आकृती म्हणून समजतात.

६. संचयआकृती सारणी

या सारणीत प्रत्ये वर्गाची वेगवेगळी आकृती दिली जाते तर मागच्या आकृतीला जोडून पुढची आवृत्ती दर्शवली जाते. उदा. पहिल्या वर्गाची आकृती ५ दुसऱ्याची ८ तिसऱ्याची १५ असेल तर प्रथम वर्गासमोर ५ दुसऱ्या वर्गासमोर $५+८=१३$ तिसऱ्या वर्गासमोर $१३+१५ = २८$ अशा रीतीने दर्शवली जाते.

अशा रीतीने सारणीचे प्रकार आहेत. संशोधक आकडेवारी वर्गीकरणानुसार सारण्या तयार करतात. संशोधन क्षेत्र व्यापक तर सारणीकरणास वेळ, पैसा, श्रम अधिक लागते त्यावेळी संगणकाचा उपयोग सारणीकरणासाठी केला जातो. म्हणून चुका होण्याची भीती नसते. संशोधन कामाला गती मिळते. वेळ, पैसा, श्रम बचत होऊन वैज्ञानिक पद्धतीने संशोधन केले जाते. सारणी करतांना संकेतांक चुकल्यास संशोधकाचे निष्कर्ष चुकीचे होतात.

४.७ संशोधन अहवाल (Research Report)

४.७.१ संशोधन अहवालाचा अर्थ

संशोधनात संशोधन अहवाल अंतिम अवस्था आहे. संशोधकाने समस्या निवड केल्यानंतर संशोधनाचा आराखडा तयार करतात. विविध मार्गाने माहिती जमा करतात. संकलित तथ्याचे वर्गीकरण, सारणीकरण, सांख्यिकीय तंत्राचा वापर करून निष्कर्ष काढतात त्यानंतर संशोधन अहवाल तयार करतात. विषय निवडीपासून निष्कर्ष काढण्यापर्यंतची माहिती सुसूत्रीत पद्धतीने शब्दांकित करण्याची क्रिया म्हणजे संशोधन अहवाल असतो. संशोधन अहवाल हा संशोधनरूपी इमारतीचा उभारलेला कळस असतो.

व्याख्या

हंसराज –समाजाने केलेले परिणामकारक व हेतूपूर्वक निवेदन म्हणजे खरे संशोधन त्याला अहवाल लेखन म्हणतात.

गुड आणि हॅट – संशोधन प्रबंध तयार करणे व संशोधनाचा अंतिम भाग आणि त्याचा उद्देश इच्छूक वाचकांना अध्ययनातून काढलेला परिणाम समजेल, निष्कर्षाची परिणामकारकता तपासून पहाता येते त्याला संशोधन अहवाल म्हणतात.

डॉ. गंगाधर कायदे व पाटील – संशोधन विषय निवडकरण्यापासून संकलित केलेल्या तथ्याचे विश्लेषण करतात. गृहीतकाची तपासणी सांख्यिकीय पद्धतीने करून संशोधकाने योग्य व संशोधनात्मक भाषेत लिहीलेले वस्तुनिष्ठ स्वरूपात प्रकरणानुसार केलेले अनुभव म्हणजे संशोधन अहवाल होय.

संशोधन अहवालाचे वैशिष्ट्ये

(१) संशोधन अहवाल लिखित स्वरूपाचा असतो.

- (२) विषय निवडीपासून ते तथ्यविश्लेषणापर्यंत क्रम संशोधन अहवालात असतो.
- (३) संशोधन समस्या निवड प्रथम पायरी तर संशोधन अहवाल मंदीररूपी कळस असतो.
- (४) संशोधन अहवालात वर्गीकरण, सारणी, तथ्याचे विश्लेषण आणि स्पष्टीकरण करून काढलेले निष्कर्ष प्रसिद्ध करतात.
- (५) अभ्यासक, संशोधक, सरकार, समाज इत्यादीना धोरणात्मक निर्णयासाठी उपयुक्त असतात.
- (६) संशोधन अहवालात उद्देश, अध्ययनक्षेत्र, संशोधन पद्धती, संकलित तथ्याचे स्पष्टीकरण, विश्लेषण निष्कर्ष यांचा समावेश असतो.

४.७ १.२ संशोधन अहवालाचे घटक (Contents of Research Report)

(१) प्रस्तावना

संशोधन अहवाल तयार करतांना संशोधकाने विषय निवड का केली त्याची वार्श्वभूमी स्पष्ट करणे, तो विषय कसा सुचला संशोधन विषयाची योजना कशी तयार केली, विषयाचे महत्त्व आणि उपयोग यांचे स्पष्टीकरण संशोधकाने प्रस्तावनेत केले पाहिजे.

(२) संशोधनाविषय / समस्येचे वर्णन

संशोधकाने निवडलेल्या विषयाचे प्राथमिक स्वरूप त्या विषयावर पूर्वी झालेले संशोधन, पीवीची समस्या संशोधने निवडलेली समस्या, त्यांच्यातील परस्पर संबंध इत्यादी अभ्यास केल्यानंतर संशोधन करणे.

(३) संशोधनाची उद्दीष्टे

समस्या निश्चित केल्यानंतर कोणत्या उद्दीष्टाने लक्षकेंद्रीत करणार त्यानुसार क्रमांक देणे, संशोधनात कमीत कमी उद्दीष्ट पाहिजे. किमान ५ ते १५ उद्दीष्टे पाहिजे. उद्दीष्टाशिवाय संशोधनास योग्य दिशा मिळत नाही.

(४) संशोधनाचे गृहीतक

गृहीतक म्हणजे संशोधनास उपयुक्त ठरणारे विधान ते संशोधन विषयाशी संबंधीत असते. काही वेळा उद्दीष्टे अनेक आणि गृहीतक एकच असते. गृहीतक संशोधनसमस्येला केंद्रीभूत असते. वस्तुनिष्ठ परीक्षण व विश्लेषण करतात. गृहीतक संख्यानुसार उद्दीष्टे पाहिजे.

(५) संशोधनपद्धती आणि तथ्य संकलन

संशोधन समस्या उद्दीष्टे, गृहीतक निवड झाल्यानंतर संशोधनक संशोधनाचे काम कोणत्या पद्धतीने पूर्ण करणार, अभ्यास पद्धत व तथ्यसंकलन कशाप्रकारे करणार आहे. प्राथमिक व दुय्यम स्रोत कोणते त्यामुळे संशोधन अहवाल घटक संकल्पना स्पष्ट होते.

(६) संशोधनाचे कार्यक्षेत्र आणि मर्यादा

संशोधनाचे कार्यक्षेत्र कोणते ते संशोधन अहवालात स्पष्ट करतात. उदा. नाशिक तालुका नाशिक जिल्हा उत्तरमहाराष्ट्र राष्ट्रीय किंवा आंतरराष्ट्रीय स्तर स्पष्ट करणे. उदा. “नाशिक शहरातील झोपडपट्टीमध्ये राहणाऱ्या समाजाच्या सामाजिक आणि आर्थिक समस्येचे अध्ययन” या संशोधनात संशोधकाचे कार्यक्षेत्र नाशिक शहर आहे. वस्तुनिष्ठ माहितीवर संशोधन कार्य आधारीत असते.

(७) विश्लेषण व निर्वाचन

संशोधनात तथ्यसंकलना नंतर तथ्याचे वर्गीकरण सारणीकरण संख्याशास्त्राचा उपयोग निष्कर्ष, समस्या, इत्यादी कोणत्या पद्धतीने स्पष्ट करणार त्याचे विवेचन असते. त्या सर्वांचा गोषवारा अंतिम प्रकरणात असतो. संशोधकाने मुलाखती घेतल्या किंवा निरीक्षण केले ते वस्तुनिष्ठ स्वरूपात स्पष्ट होते.

(८) प्रकरणाची रचना

संशोधकाने संशोधन अहवालात अनुक्रमणिका स्पष्ट करणे पहिले प्रकरण संशोधन पद्धतीवर असते, दुसरे प्रकरण ऐतिहासिक पार्श्वभूमी, तिसरे प्रकरण अध्ययन क्षेत्राचा परिचय संशोधनाची उद्दीष्टे, त्यामुळे वस्तुनिष्ठ माहिती प्राप्त होते.

(९) अंतिम प्रकरण

निष्कर्ष समस्या उपाय यांचा समावेश असतो. संशोधकाने ज्या समस्येवर संशोधन केले तय समस्येचे निष्कर्ष असतात. विविध प्रकरणाचा थोडक्यात आढावा असतो. सूचना व उपाय धोरणात्मक निर्णयासाठी उपयुक्त असतात.

(१०) परिशिष्ट

अंतिम प्रकरणानंतर परिशिष्ट देणे त्यामुळे अध्ययनाची परिणामकारकता स्पष्ट होते. परिशिष्टामध्ये नकाशे प्रश्नावली, अनुसूची, मूलाखती, त्याची नावे, पत्ता, दूरध्वनीक्रमांक, प्रश्नाची यादी, शासनाचे परिपत्रके वर्तमानपत्रातील कात्रणे, मासिके, साप्ताहिक लेख इत्यादीने संशोधनाची परिणामकारकता वाढते. त्यासाठी परिशिष्ट जोडणे आवश्यक असते.

(११) तळटीपा

संशोधन अहवाल लिहीताना संशोधक विविध संकल्पनासाठी विविध संदर्भग्रंथाचा अभ्यास करतात. त्यासाठी प्राथमिक माहिती, दुय्यम माहिती संकलन विविध तज्ञांच्या व्याख्या, संशोधकाने कोणत्या ग्रंथातून घेतले त्यांचा संदर्भ विशिष्ट तज्ञाचे वाक्य लिहून झाल्यावर त्यांना क्रमांक देणे. तळटीपा त्याच पानावर पाहीजे. तळटीपा प्रकरणाच्या शेवटी पाहीजे. तळटीपा लिहीताना ग्रंथाचे शिर्षक प्रकाशन वर्ष आवृत्ती पृष्ठक्रमांक स्पष्टपणे लिहीणे.

(१२) संदर्भग्रंथसूची

संशोधन कार्य नविन ज्ञान प्राप्त करण्यासाठी असते. संशोधन संदर्भात प्रश्न सोडवण्यास शास्त्रीय पद्धतीचा अवलंब करतात. अहवालाच्या शेवटी ग्रंथसूची देणे सर्व प्रथम इंग्रजी ग्रंथसूची त्यानंतर मराठी संदर्भग्रंथ, अहवाल, त्रेमासिके, मासिके, साप्ताहिक, वर्तमानपत्रातील लेख, बातम्या, असा क्रम पाहीजे. त्या क्रमांना अनुक्रमांक देणे. लेखकाचे नाव, ग्रंथाचे शिर्षक, प्रकाशन संस्था, आवृत्ती इत्यादीचा उल्लेख केला पाहीजे. संदर्भग्रंथ लिहीताना ABCDE असा क्रम किंवा आडनावाप्रमाणे लिहीणे संशोधनात वापरलेले तितकेच संदर्भग्रंथ सूचित उल्लेख करणे

(१३) संशोधन अहवालाचे अंकलेखन

संगणकावर टंकलेखन अधिक योग्य असते. संशोधन अहवालात प्रत्येक पानावर तीनपेक्षा जास्त शुद्धलेखन चुका चालत नाही. मराठी शुद्धलेखन चुका नसाव्यात. टंकलेखन केलेले पाने तपासून पहाणे तयत काही सूचना सांगायच्या असतील तर त्यासाठी तांबड्या शाईचा वापर करणे. ती पाने पुन्हा टंकलेखन करणे.

अ. टंकलेखन नियम

- (१) ८.५ × ११ आकाराच्या चांगल्या प्रतिचा कागद वापरणे.
- (२) कागदाच्या एका बाजूने टंकलेखन करणे.
- (३) कागदाच्या चारी बाजूस ०.५ इंच समास सोडणे.
- (४) सर्व माहिती दुहेरी ओळीत टाईप करणे.
- (५) अवतरणाच्या शेवटी पान क्रमांक लिहीणे.
- (६) महत्वाचे शब्द अधोरेखित करणे.

ब. संशोधन अहवालाच्या वेगवेगळ्या विभागाचे टंकलेखन नियम

मुखपृष्ठ ते संदर्भग्रंथ सूचिपर्यंत नियम पूरक असतात.

(क) मुखपृष्ठ

सहा ओळीची जागा मुखपृष्ठाच्या वरच्या बाजूस सोडून मोठ्या अक्षरात समस्या किंवा विधान लिहीणे पिरॅमिड पद्धतीने लिहीणे. दोन्ही बाजूला समास सोडणे.

(ड) आभार किंवा ऋणनिर्देश

ऋणनिर्देश शब्द मोठ्या अक्षरात पानाच्या मध्यभागी लिहीणे. त्यानंतर तीन ओळीची जागा सोडून आशय

लिहीण्यास सुरुवात करणे. आशयाच्या शेवटी उजव्या बाजूला स्वतःचे नाव व सही करणे. संशोधकाचे प्रमाणपत्र पाहीजे.

(इ) अणुक्रमणिका

अणुक्रमणिकेत मुखपृष्ठापासून संदर्भग्रंथ सूचीपर्यंतचा समावेश असतो. विविध प्रकरणे, उपघटक, तक्ते, आकृत्या यांची वेगळी अनुक्रमणिका तयार करणे. विषयाची अनुक्रमणिका, कोष्टके व आकृत्याची अनुक्रमणिका, प्रकरण व उपघटक, पृष्ठक्रमांक देण्याची पद्धत तळटीपाचा आशय व जागा कोष्टकाची मांडणी आकृत्या, संदर्भग्रंथ सूची परिशिष्ट, संशोधन अहवालाची बांधणी इत्यादीची अनुक्रमणिका तयार करणे.

४.७ १.३ संशोधन अहवाल शैली (Stule of Report)

संशोधन अहवाल लिहीणे संशोधकाचे कौशल्य असते. संशोधनाची ठराविक परिभाषा असते. पूर्वीच्या संशोधन साहित्याचा अभ्यास करून भाषाशैली संशोधक आत्मसात करतात. संशोधकाचे लेखन साधे किंवा सोप्या भाषेत तरी त्यानुसार तांत्रिक पातळी साध्य झाली पाहीजे अहवाल लेखनात अचूकता व स्पष्टता पाहीजे. अहवालात वापरलेले परिभाषिक संज्ञांचे पुरेसे स्पष्टीकरण केले पाहीजे. अहवाल लेखनात तळटीपा, उपशिर्षक आराखडे, आकृती इत्यादींचा उपयोग करणे.

४.८ स्वयंअध्ययन प्रश्न

१. थोडक्यात उत्तरे लिहा.

- (१) वर्गीकरणाची वैशिष्ट्ये कोणती?
- (२) वर्गीकरणाचे गुणधर्म सांगा.
- (३) सारणीकरणाची वैशिष्ट्ये सांगा.
- (४) चांगल्या सारणीकरणाचे गुणधर्म कोणते?
- (५) संशोधन अहवालाची वैशिष्ट्ये सांगा.

२. एक ते दोन वाक्यात उत्तरे लिह

- (१) वर्गीकरणाचा अर्थ सांगा.
- (२) संचित वारंवारीता म्हणजे काय?
- (३) सारणीकरणाचा अर्थ सांगा.
- (४) संशोधन अहवाल म्हणजे काय?
- (५) सारणीकरणाचे प्रकार कोणते?

३. सविस्तर उत्तरे लिहा.

- (१) वर्गीकरण म्हणजे काय? वर्गीकरणाचे प्रकार स्पष्ट करा.
- (२) सारणीचा अर्थ आणि प्रकार स्पष्ट करा.
- (३) चांगल्या सारणीकरणाचे गुणधर्म कोणते तसे सविस्तर स्पष्ट करा.
- (४) संशोधन अहवालाचा अर्थ सांगून संशोधन अहवालातील घटकांची चर्चा करा.

४.९ सारांश

समानता किंवा भिन्नतेनुसार तथ्याची श्रेणी करणे म्हणजे वर्गीकरण होय. वर्गीकरणासाठी गुणात्मक, संख्यात्मक, काळ, भौगोलिक, आधार असणे. वर्गीकरणाचे गुणात्मक स्थितिनुसार स्वरूपानुसार वर्गीकरण केले जाते. संशोधकाने जमा केलेली माहिती किंवा आकडेवारी ओळी व उतरत्या क्रमाने मांडणी करणे म्हणजे वारंवारीता विभाजन असते. वारंवारीता विभाजन खंडीत श्रेणी व अखंडीत श्रेणीच्या स्वरूपात असते. संचित वारंवारीता सर्व वर्गीकरणाच्या वारंवारीतेची बेरीज असते. सारणीकरण म्हणजे संशोधकाने संकलीत केलेली माहिती उभ्या आणि आडव्या रकान्यात मांडणी करणे म्हणजे सारणीकरण असते. चांगल्या सारणीचे आकर्षक रचना, योजना

आकार, वैज्ञानिक दृष्टीकोन स्पष्टता, तुलना इत्यादी गुणधर्म असतात. सारणीचे उद्देशानुसार स्वरूप, व्युत्पत्ती, रचना, यानुसार विविध प्रकार आहेत. संशोधन अहवाल संशोधनाची अंतिम अवस्था असते. विषय निवड पासून ते निष्कर्ष वाढण्यापर्यंतची माहिती सुत्रपद्धतीने मांडणे म्हणजे संशोधन अहवाल असतात. संशोधन अहवालात अनेक घटकांचा विचार केला जातो.

४.१० परिभाषिक शब्द

वर्गीकरण	-	Classificatim
वारंवारीता	-	Faeauenea pistribution
खंडीत विभाजन	-	Discrie Distrinutin
सातत्य विभाजन	-	Contunious Distrbutin
संचित वारंवारीता	-	Cumulative Freauier
सारणीकरण	-	Taloutation
संशोधन अहवाल	-	Research report

४.११ संदर्भसूची

- (१) रा. र. बारुडे (२००५) संशोधन पद्धती शास्त्र, पुणे विद्यार्थीगृह प्रकाशन पुणे.
- (२) खैरनार दिलीप (२००९) प्रगत सामाजिक संशोधनपद्धती व सांख्यिकी, डायमंड पब्लिकेशन पुणे.
- (३) आगलावे प्रदिप (२०१०) सामाजिक संशोधन पद्धती शास्त्र व तंत्रे, श्री साईनाथ प्रकाशन नागपूर.
- (४) बोधनकर सुधीर अलोणी विवेक, अॅड. कुलकर्णी मृणाल (२०११) सामाजिक संशोधन पद्धती, साईनाथ प्रकाशन, नागपूर.
- (५) पाटील वा.भा. (२०१०) संशोधन पद्धती, प्रशांत पब्लिकेशन्स जळगाव.
- (६) कुलकर्णी बी.डी. ढमढेरे एस.व्ही (२००७) अर्थशास्त्रीय संशोधन पद्धती, डायमंड पब्लिकेशन्स पुणे.

४.१२ सरावासाठी प्रश्न

- (१) सारणीकरण म्हणजे काय? सारणीकरणाचे प्रकार सांगा.
- (२) सारणी म्हणजे काय? सारणीचे गुणधर्म स्पष्ट करा.
- (३) वर्गीकरणाचा अर्थ आणि प्रकाराची सविस्तर चर्चा करा.
- (४) संशोधन अहवाल लेखनात समाविष्ट घटकाची चर्चा करा.

घटक ५
केंद्रीय प्रवृत्तीची परिणामे/मापके
(Measures of Central Tendency)

- ५.० उद्दिष्टे (Objectives)
- ५.१ प्रस्तावना (Introduction)
- ५.२ विषय विवेचन
 - ५.२.१ केंद्रीय प्रवृत्ती म्हणजे काय?
 - ५.२.२ केंद्रीय प्रवृत्तीचे मोजमाप
 - ५.२.२.१ समांतर माध्य/गणित माध्य/ अंकगणितातील माध्य/मध्यमान
Mean/ Mathematical Mean/ Arithmetic Mean/Mean
 - ५.२.२.२ मध्यका/मध्यगा/(Median)
 - ५.२.२.३ बहुलक/भूयिष्ठक (Mode)
 - ५.२.२.४ गुणोत्तर/भौमित्तिक माध्य
 - ५.२.२.५ हरात्मक/संवादी माध्य (Harmonic Mean)
- ५.२.३ केंद्रीय प्रवृत्तीच्या उत्तम मापकाची आवश्यकता
- ५.३ स्वयं अध्ययन प्रश्न
- ५.४ सारांश
- ५.५ सरावासाठी स्वाध्याय
- ५.६ पारिभाषिक शब्द
- ५.७ संदर्भसूची

५.० उद्दिष्टे

सांख्यिकी विश्लेषणाचा महत्त्वाचा उद्देश म्हणजे संग्रहित केलेल्या माहितीच्या मदतीने अशी एखादी संख्या शोधणे की, जी संपूर्ण माहितीच्या गुणधर्मांचे विवेचन करते. अशा अनेक संख्यांचे प्रतिनिधित्व करणाऱ्या संख्येस सरासरी (Average) म्हणतात. सरासरी ही संख्या संपूर्ण आकडेवारीचे प्रतिनिधित्व करते.

- १) संपूर्ण आकडेवारीचे प्रतिनिधिक करणारी एखादी संख्या शोधणे व त्याची माहिती मिळेल.
- २) सरासरी संख्येच्या मदतीने उत्पन्नातील फरक, लोकांचे राहणीमान यांचा अभ्यास करता येईल.
- ३) संग्रहित केलेल्या आकडेवारीवरून केंद्रीय मूल्यांच्या मदतीने तुलना करता येईल.
- ४) जर किंमतीत होणाऱ्या उत्पन्नात वाढ झाली तर त्यामुळे लोकांचे राहणीमान वाढण्याऐवजी घटलेले असते. तेव्हा अशा तुलनात्मक अभ्यासासाठी सरासरीचे अध्ययन करणे.
- ५) सांख्यिकीय माध्याच्या मदतीने गणितीय प्रक्रिया पूर्ण करता येईल.
- ६) केंद्रीय किंवा मध्यवर्ती प्रवृत्तीच्या मापकांचे अध्ययन करता येईल.
- ७) अंकगणितीय माध्य/गणितीय माध्य/सरासरी यांची व्याख्या गणितीय प्रक्रिया व गुण-दोषाचे अध्ययन करता येईल.
- ८) मध्यांक यांच्या गुण-दोषाचे अध्ययन होईल.
- ९) बहुलकांचा अर्थ समजून गुण-दोषाचा अभ्यास होईल.
- १०) गुणोत्तर माध्य व हरात्मक माध्य यांचा संबंध अभ्यासता येईल.

५.१ प्रस्तावना (Introduction)

सांख्यिकीय सरासरीचे संकलन केल्यानंतर त्यावर विविध प्रक्रिया केल्या जातात. या प्रक्रिया करण्याचा उद्देशच सरासरीचा आकार मर्यादित करणे व त्यास एक महत्वपूर्ण अर्थप्राप्त बनविणे हा असतो. विविध कोष्टकामधून ही सांख्यिकीय सामग्री मांडण्यात येते आणि कोष्टके स्मरणात ठेवणे अशक्य आहे. यावर उपाय म्हणजे केंद्रीय प्रवृत्ती दर्शविणारी माध्ये शोधून काढणे हा आहे. ही माध्ये आपणास अनेकविध अंकतून त्यांची केंद्रीय प्रवृत्ती सूचित करणारा अंक शोधून देतात. जो स्मरणात ठेवणे सहज शक्य असतो.

सरासरी हा शब्द व्यवहारत अनेकदा सहजपणे उपयोगात आणला जातो. उदा. सरासरी वजन, लोकांचे सरासरी उत्पन्न व विद्यार्थ्यांचे सरासरी गुण, वगैरे तसेच आपण बोलताना एखादा विद्यार्थी सरासरी (Average) असे म्हणतो. तेव्हा तो विद्यार्थी फार हुशारही नाही व तो फार डलही नाही असा त्याचा अर्थ होतो. पण संख्याशास्त्रात या शब्दाला थोडा वेगळा अर्थ आहे. विभाजनातील सर्वसाधारण मुल्य किंवा प्रतिनिधिक संख्या म्हणजे सरासरी होय.

डॉ. बावले यांनी सांख्यिकीची व्याख्या करतांना झसांख्यिकी हे माध्याचे शास्त्र आहे, असे म्हटले होते. यावरून सांख्यिकी शास्त्रात अनेक प्रकारची माधये आहेत, हा निष्कर्ष निघतो. यातील काही माध्ये ही केंद्रीय प्रवृत्तीशी निगडीत आहेत. ही माध्ये सारणीयन ही प्रक्रिया पूर्ण झाल्यानंतर उपलब्ध अंकाचे प्रतिनिधित्व करणारा अंक शोधून काढतात. म्हणून त्यांना केंद्रीय प्रवृत्तीची माध्ये असे म्हणतात.

५.२ विषय विवेचन

5.2.1 केंद्रीय प्रवृत्ती

जमा केलेल्या आकडेवारीचे आकलन होण्यासाठी त्या सामग्रीचे प्रतिनिधित्व करणारी एखादी विशिष्ट संख्या महत्त्वाची असते. या सामग्रीतील प्रत्येक संख्या कोणत्यातरी एका संख्येच्या जवळ असते. या प्रवृत्तीला केंद्रीय प्रवृत्ती म्हणतात.

विभाजनातील सर्वसामान्य मूल्य किंवा प्रतिनिधिक संख्या म्हणजे सरासरी होय. सरासरी ही संख्येस संपूर्ण आकडेवारीचे प्रतिनिधित्व करते. म्हणजे ती दिलेल्या संख्येतील मोठे मूल्य आणि लहान मूल्य यांच्या मध्यभागी असते. म्हणून सरासरीच्या मुल्याला मोजमापातील केंद्रीय मूल्य असे म्हणतात.

उदा. १२ वीच्या वर्गातील विद्यार्थ्यांचे वय साधारणपणे १८ वर्षे आहे. याचा अर्थ १२ वीच्या वर्गातील विद्यार्थ्यांची वय १८ वर्षांच्या आसपास आहेत असा त्याचा अर्थ होत असतो. १२ वी च्या वर्गातील विद्यार्थ्यांची वय पुढील प्रमाणे आहेत.

१७, १८, १९

वय वरीलप्रमाणे लिहिल्यावर त्यावर एक दृष्टिक्षेप टाकला तर यासर्व वयांमध्ये १८ वर्षे हे वय प्रतिनिधिक किंवा केंद्रीय असल्याचे दिसते.

5.2.2 केंद्रीय प्रवृत्ती दर्शविणारी विविध प्रकारची माध्ये-

केंद्रीय प्रवृत्ती दर्शविणारी विविध प्रकारची माध्ये आहेत. ती पुढीलप्रमाणे आहेत.
सरासरीचे प्रकार/माध्याचे प्रकार (Types of Measures of Central)

५.२.२.१ समांतर माध्य/ गणित माध्य/ अंकगणितातील माध्य Mean/ Mathematical Mean/ Arithmetic Mean.

समांतर माध्यास गणितीय माध्य किंवा सरासरी (Average) असेही म्हणतात. हे माध्य मोजण्यासाठी सर्वांत सोपे व समजण्यासाठी सुलभ असल्यामुळे त्याचा वापर मोठ्या प्रमाणावर केला जातो.

अनेकविधी संख्यांचे प्रतिनिधित्व करणाऱ्या एकट्या संख्येस सरासरी किंवा माध्ये असे म्हणतात. माध्याचे मूल्य काढतांना संग्रहित माहितीतील सर्व मुल्यांची बेरीज करून त्या संख्येला एकूण घटकांच्या संख्येने भागाकार केला जातो.

$$\text{गणित माध्य} = \frac{\text{सर्व संख्यांची बेरीज}}{\text{एकूण संख्या}}$$

विशिष्ट पदमालेतील पदमूल्याची बेरीज करून त्यास पदांच्या संख्येने भाग दिल्यास समांतर माध्य प्राप्त होते.

समांतर माध्याचे चिन्ह a किंवा X आहे. सर्वांना परिचित असलेले चिन्ह a हे आहे. माध्याचे दोन प्रकार मानले जातात.

(a) साधे समांतर माध्य

(b) भारांकीत माध्य

सरासरी/माध्य काढण्याची पद्धती (साध्या पदमालेत)

साधी पदमाला म्हणजे जेथे संख्यांची पुनरावृत्ती नसते अशा पुनरावृत्ती नसणाऱ्या संख्या जेव्हा चढत्या अगर उतरत्या क्रमाने जेव्हा मांडल्या जातात तेव्हा ती साधी पदमाला (Simple Series) असते

साध्या पदमालेत माध्ये काढण्याच्या दोन पद्धती आहेत.

(अ) दीर्घ पद्धती/प्रत्यक्ष पद्धती (Direct Method)

या पद्धतीत संग्रहित केलेल्या आकडेवारीची बेरीज केली जाते व त्या बेरजेला एकूण घटकाच्या संख्येने भागाकार केला जातो.

सूत्राचे रूपात पुढीलप्रमाणे :

$$a \text{ किंवा} \\ = \bar{x} \text{ असे वाचावे}$$

किंवा

$$\Sigma = \text{सिगमा किंवा समेशन वाचावे}$$

यातील,

$$\Sigma a \text{ किंवा } = \text{माध्य}$$

$$\Sigma x = \text{चलाच्या मूल्याची बेरीज}$$

$$N = \text{अवलोकनाची एकूण संख्या}$$

उदाहरणार्थ : पुढील तक्त्यात १० विद्यार्थ्यांचे अर्थशास्त्र या विषयातील गुण दिलेले आहेत. त्याच्या मदतीने माध्य काढा.

गुण (x) 12, 16, 18, 20, 22, 25, 32, 38, 42, 45

Solution :

विद्यार्थीक्रम	गुण
01	12
02	16
03	18
04	20
05	22
06	25
07	32
08	38
09	42
10	45
N=10	$\Sigma x = 270$

माध्य

$$a = 27$$

(ब) लघु पद्धती (Short Cut Method)

या पद्धतीत साध्यापदमालेत माध्य काढताना पुढील सूत्राचा उपयोग केला जातो.
माध्य

$$a = \text{माध्य}, x = \text{गृहितमाध्य}$$

$$\Sigma dx = \text{गृहित माध्यापासूनच्या विचलनाची त्याच्या चिन्हानुसार केलेली बेरीज}$$

$$N = \text{एकूण अवलोकांची संख्या}$$

५.२.२.१.१ उदाहरणार्थ : दिलेल्या माहितीवरून लघु पद्धतीद्वारे माध्य काढा.

गुण (x) 11, 4, 10, 28, 60, 5, 10, 20, 50

Solution :

x	dx	
4	-10	
5	-15	
10	-10	-60
10	-10	
11	-09	
20	0	
28	08	
50	30	78
60	40	
N = 9	18	

समांतर माध्य काढण्यासाठी पुढील सूत्राचा वापर करू

Method :

- (१) दिलेली माहिती प्रथम चढत्या क्रमाने लिहा
- (२) दिलेल्या मूल्यापैकी कोणतीही एक संख्या (उदा. २०) गृहित माध्य (x) म्हणून निवडा. निवडलेली संख्या शक्यतो सर्वात लहान किंवा सर्वात मोठी नसावी. म्हणजे ती मध्यभागाच्या आसपासची असावी. अशी निवडलेल्या संखेलाच (उदा. २०) गृहित माध्य (x) असे म्हणतात.
- (३) काल्पनिक माध्यपासून विचलने घ्यावीत ही विचलने () या (dx) स्वरूपात मिळतील.
- (४) गृहित माध्यापासूनचे विचलन = दिलेले मूल्य - गृहित माध्य
- (५) त्यानंतर धन आणि ऋण संख्यांची बेरीज करा (७८-६०=१८)
- (६) त्यानंतर येणारे मूल्य (dx) खाली लिहा. यालाच (Σdx) म्हणतात. म्हणजेच विचलनाची बैजिक चिन्हे विचारात घेऊन त्यांची बेरी करावी (Σdx) लागते.

- (७) आलेल्या बेरजेस अवलोकनाच्या संख्येन भाग द्यावा. (N) मिळालेल्या उत्तराची व काल्पनिक माध्याची बेरीज करावी.

पुढील सूत्राचा वापर करावा.

सूत्र

५.२.२.१.२ खंडित मालिका/खंडित पदमालेत माध्य काढणे

खंडित पदमाला म्हणजे ज्यामालिकेत मूल्य व त्यांची पुर्नरावृत्ती दर्शविणारी संख्या दिलेली असते. मूल्यांची पुर्नरावृत्ती दर्शविणाऱ्या संख्येस वारंवारिता म्हणतात. खंडित मालिकेत पदमूल्याबरोबर वारंवारिता (f) दिलेली असते. या मालिकेत समांतर माध्य शोधून काढण्यासाठी दोन पद्धतीचा वापर केला जातो.

प्रत्यक्ष पद्धती :

- (१) दिलेल्या उदाहरणानुसार प्रत्येक पदमूल्य व वारंवारिता यांचा गुणाकार करावा.
- (२) आलेल्या गुणाकाराची बेरीज करावी. $\sum fx$
- (३) बेरजेस वारंवारितेच्या बेरजेने भाग द्यावा. (N)
- (४) या सूत्राचा वापर करावा.

उदाहरणार्थ : खालील माहितीच्या आधारे समांतर माध्य काढा.

गुण (x)	10	20	30	40	50	
	विद्यार्थी संख्या (f)		10	12	8	9
		11				

Soulution:

गुण (x)	विद्यार्थी संख्या (f)	fx
10	10	100
20	12	240
30	8	240
40	9	360
50	11	550
	$x = 50$	$\sum fx = 1490$

सूत्राचा वापर करून समांतर माध्य काढावे

लघु पद्धती :

खंडित मालिकेत समांतर माध्य काढण्यासाठी लघु पद्धतीचा वापर प्रामुख्याने केला जातो.

- (१) प्रथम पदमूल्यापैकी (x) कोणतेही एक संख्या गृहित माध्य म्हणून निवडावी.
- (२) गृहित माध्यापासून विचलेने काढ (dx)

- (३) विचलने वारंवारिता यांचा गुणकार करा.
 (४) गुणाकाराची बिजगणितीय बेरीज \pm करा Σfdx
 (५) बेरजेस वारंवारितेच्या बेरजेन (N) भाग द्यावा.
 (६) सूत्रात किंमत ठेवून a चे मूल्य काढा.

x	f	$dx (x=30)$	fdx
10	10	-20	-200
20	12	-10	-120
30	8	00	00
40	9	10	90
50	11	20	220
		$N = 50$	$\Sigma fdx = -10$

सूत्राचा वापर करून समांतर माध्य पुढीलप्रमाणे काढता येईल.

५.२.२.१.३ संतत मालिका/संतत पदमालेत समांतर माध्य काढणे

पदमालेचा तिसरा प्रकार म्हणजे संतत पदमाला होय. या पदमालेत मूल्याचे गट व त्याची वारंवारता दिलेली असते.

उदाहरणार्थ : एका वर्गातील विद्यार्थ्यांचे गुण खालीलप्रमाणे आहेत त्यावरून विद्यार्थ्यांच्या गुणाचे माध्य काढा.

गुण (x)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
वि. संख्या (f)	8	5	4	10	7	6
x	$m.v$	f	dx	fdx		
0-10	5	8	-20	-160		
10-20	15	5	-10	-50		
20-30	25	4	0	0		
30-40	35	10	10	100		
40-50	45	7	20	140		
50-60	55	6	30	180		
		40		200		

समांतर माध्य काढतांना सूत्राचा वापर करू वरील गणित खालील पद्धतीने सोडविता येते.

x	$m.v$	f	dx	dx'	fdx'
0-10	5	8	-20	-2	-16
10-20	15	5	-10	-1	-5
20-30	25	4	0	0	0
30-40	35	10	10	1	10
40-50	45	7	20	2	14
50-60	55	6	30	3	18
		40			21

खालील सूत्राचा वापर करून

५.२.२.१.४ प्रारंभ-शेवट (Open-End) पदमालेत मध्य काढणे :

जेव्हा संतत पदमालेत वर्गाच्या गटात, गटातील प्रारंभचे मूल्य किंवा शेवटचे मूल्य दिलेले नसते त्यास प्रारंभ- शेवट पदमाला म्हणतात. अशा पदमालेत मध्य काढताना आपणास न दिलेल्या मूल्याबाद्दल एखादे मूल्य गृहित धरावे लागते.

उदाहरणार्थ :

गुण	विद्यार्थी संख्या
१० पेक्षा कमी	६
१० - २०	८
२० - ३०	१०
३० - ४०	१२
४० - ५०	९
५० पेक्षा जास्त	७

वरील पदमालेच्या गटातील अंतर सर्वत्र सारखे म्हणजे १० आहे. त्यामुळे १० पेक्षा कमी म्हणजे ते मूल्य ० असे गृहित धरता येते. तसेच शेवटच्या गटात ५० पेक्षा जास्त म्हणजे ६० मूल्य गृहित धरता येते. कारण त्या आधीच्या सर्व गटातील अंतर १० चे आहे.

x	$m.v$	f	dx	$dx' (10)$	fdx'
0-10	5	06	-20	-2	-12
10-20	15	08	-10	-1	-08
20-30	25	10	0	0	0
30-40	35	12	10	1	12
40-50	45	09	20	2	18
50-60	55	07	30	3	21
		52			31
समांतर माध्य काढतांना सूत्राचा वापर करू					

५ .२.२.१.५ गणित माध्याचे गुण (Merits)

- १) समजण्यास सोपे : गणित माध्य हे समजण्यास सोपे असते.
- २) काढण्यास सोपे : अन्य मध्यवर्ती प्रवृत्तीच्या कोणत्याही मापकापेक्षा गणित माध्य काढण्यास सोपे असते.
- ३) निश्चितता : गणित माध्याची व्याख्या अगदी स्वच्छ व सुस्पष्ट असते. म्हणजेच शास्त्रशुद्ध आहे.
- ४) विश्वसनीय : केंद्रीय प्रवृत्ती तीन मापकात गणित माध्य हे अधिक विश्वसनीय असते.
- ५) सर्व संख्यांवर आधारित : गणित माध्य काढताना आपण सर्व संख्यांची बेरिज करतो व त्याला एकूण संख्येने भागतो. त्यामुळे गणित माध्य हा सर्व संख्यांवर आधारित असा असतो.
- ६) पुढील गणिती क्रिया करता येते : गणित माध्य काढल्यावर त्यावर आवश्यक असेल तेव्हा पुढील क्रिया करता येते.
- ७) गणित माध्यापासून काढलेल्या विचलनाची बेरीज शून्य असते.
- ८) प्रमाण विचलन, सहसंबंध गुणक, निर्देशांक यामध्ये गणित माध्याचा वापर प्रचलित आहे.
- ९) गणित माध्य काढताना पदमालेतील सर्वच पदाचा विचार केला जातो.

- १०) माध्य काढताना माहिती ही विशिष्ट (चढत्या किंवा उतरत्या) क्रमाने लावलीच पाहिजे असे नाही, याउलट मध्यका व बहुलक काढताना मात्र माहिती विशिष्ट क्रमाने लावावीच लागते.
- ११) माध्याचे उत्तर निश्चित अशा गणितीय सूत्रावर आधारित असल्यामुळे त्याची पडताळणी करता येते.
- १२) गणित माध्याचे सूत्र क्लिष्ट नसल्यामुळे मोजमाप सहज करता येते.

५.२.२.१.६ गणित माध्याचे दोष/तोटे (Demerits)

गणित माध्याचे वरील प्रमाणे अनेक गुण असले तरी काही दोष दिसून येतात. ते पुढीलप्रमाणे :

- १) काही वेळा गणित माध्य मूळ आकडेवारीत आढळत नाही :
ज्या आकडेवारीवरून आपण गणित माध्ये काढलेला असतो त्या मूळ आकडेवारीत काही वेळा गणित माध्य आढळत नाही. उदा. : 4, 6, 11 या संख्यांचा गणित माध्य येतो. परंतु 7 ही संख्या दिलेल्या 4, 6 व 11 या आकडेवारीत आढळत नाही.
- २) काही वेळा गणित माध्य विचित्र व अशक्य वाढतो :
उदा. समजा दोन भाऊ आहेत त्यापैकी एका भावाला २ मुले आहेत व दुसऱ्या भावाला ३ मुले आहेत. तर या दोन भावांच्या मुलांचा गणित माध्य (म्हणजे सरासरी) हा असा येतो. अडीच मुले हा मुलांचा गणित माध्य विचित्र व अशक्य वाढतो.
- ३) गणित माध्य पूर्णांकात नसेल तर काही प्रसंगी निष्कर्ष अडचणीचे ठरतात. उदा. टोपलीत सरासरी १०.५ अंडी आहेत. येथे गणित माध्य १०.५ आहे. या संख्येने अंडी मोजणे शक्य नाही.
- ४) गणित माध्यावर मोठ्या अंकाचा प्रभाव पडतो. मालिकेत काही पदे लहान असतील व एखादा अंक एकदम मोठा असेल तर गणित माध्य मोठ्या अंकाकडे ओढले जाते.
- ५) उदा. : ६, ७, ८ अशी मालिका आहे तर गणित माध्य ७ आहे. हीच मालिका ६,७, १७ असेल तर गणित माध्य १० कडे येईल.
- ६) गणित माध्य निरीक्षणावरून काढता येत नाही.
- ७) गणित माध्य केवळ अवलोकनाच्या आधारावर काढता येत नाही. त्यासाठी संपूर्ण गणितीय प्रक्रियेतून जावे लागते.
- ८) माध्य (सरासरी) हे सर्व अवलोकनावर आधारित असले तरी अवलोकनातील मोठे मूल्य किंवा लहान मूल्य यांचा माध्यावर परिणाम होत असतो.
- ९) माध्य हे केंद्रीय प्रकृती मोजण्याचे योग्य मापक नाही, कारण ते विशिष्ट गुणधर्माचे विवेचन करते म्हणजे माध्याच्या जवळ असणाऱ्या संख्यांचे विवेचन करते.

५.२.२.२ मध्यांक / मध्यका / मध्यगा (Median)

केंद्रीय प्रवृत्ती दर्शविणारे एक माध्य म्हणून मध्यांक या माध्यास महत्वाचे स्थान दिले जाते. मध्यांक मूल्यांशी संबंधित नसून स्थानाशी निगडित आहे. दिलेल्या मूल्यातील केंद्रीय मूल्य म्हणजे मध्यांक होय. मध्यांक हा मूल्यांचा मध्यबिंदू असतो. याचा अर्थ विभाजनातील अर्धी मूल्ये ही मध्यांकापेक्षा लहान असतात. तर अर्धी मूल्ये ही मध्यांकापेक्षा मोठी असतात.

मध्यांक हा कोणत्याही पदमालेमध्ये असा बिंदू असतो की, जो संपूर्ण मालिकेस दोन भागांमध्ये विभाजित करतो. अशा प्रकारे ५०% पदमूल्य मध्यांकांच्या वर आणि बाकीचे ५०% पदमूल्य हे त्यांच्या खाली असते. याचाच अर्थ मध्यांक अशी संख्या आहे की, जी व्यवस्थित वितरणास दोन समान भागात विभाजित करते.

(१) मध्यांकाचा अर्थ व वैशिष्ट्ये (Meaning and Characteristics of Median) :

- १) डॉ. जे. सी. चतुर्वेदी : यांच्या मते, “मध्यांक कधीही कोणते विशिष्ट नाही. तर मध्य पदाचे मोजमाप म्हणजेच मध्यांक होय.” (“The central item itself is not the median, it is only the item whose measure is the median...” Dr. J. C. Chatruvedi)
- २) एस. के. घोष आणि एस. सी. चौधरी : “मध्यांक श्रेणीमध्ये त्या पदाचे मूल्य आहे की, जे श्रेणीला दोन बरोबर भागामध्ये विभाजित करते. त्यामध्ये एका भागात मध्यापेक्षा कमी आणि दुसऱ्या भागात मध्यांकापेक्षा अधिक मूल्य असते.” (Median is the value of the item in a series which divides the series into two equal part, one part of consisting of all values less and other all values greater, than it.” ... M. K. Ghosh and S. C. Chaudhari.)
- ३) “एखाद्या मालेतील मूल्ये चढत्या किंवा उतरत्या क्रमाने लिहिले असता अगदी मध्यावर येणारा बिंदू म्हणजेच मध्यांक होय.” मध्यांकास, मध्यका किंवा मध्यगा असेही म्हणतात.

वरील व्याख्येवरून हे स्पष्ट होते की मध्यांक काढण्यासाठी मालिकेची रचना चढत्या क्रमाने (Asc. Order) किंवा उतरत्या क्रमाने (Dsc. Order) करणे आवश्यक आहे. तसे केल्यास अंक क्रमबद्ध येतात. अशा मांडणीमुळे मधले पद शोधून काढणे शक्य होते. मध्यांक पदमालेस बरोबर दोन भागात विभाजित करते. परिणामी मधल्यापदाचे मूल्य हेच मध्यांक असते.

(२) मध्यांकाची वैशिष्ट्ये (Characteristics of Median)

- १) मध्यांक अगदी मधली नसते. तर त्या संख्यांचे मूल्य असते.
- २) मध्यांक संपूर्ण श्रेणीला दोन भागात विभाजित करतो.
- ३) मध्यांक काढण्यासाठी पदास चढत्या किंवा उतरत्या क्रमाने लावणे आवश्यक आहे.
- ४) मध्यांक सहज रूपात ज्ञात करता येतो.
- ५) रेखाचित्र पद्धतीद्वारे देखील मध्यांक ज्ञात करता येतो.

(३) साधी मालिका / साध्या पदमालेत मध्यांक काढणे (Median in Simple Series)

उदाहरणार्थ : एका वर्गातील सात मुलांचे अर्थशास्त्र विषयातील गुण खालीलप्रमाणे आहेत. त्यावरून मध्यांक माहित करा.

गुण (x)	12	15	20	23	18	30	28
-------------	----	----	----	----	----	----	----

Solution :

- १) मध्यांक काढताना प्रथम दिलेली मूल्ये चढत्या क्रमाने लावा.
- २) त्यानंतर एकूण अवलोकनातील मध्यवर्ती अवलोक च्या सूत्रांनी माहिती करा.
- ३) दिलेल्या वारंवारितेच्या मदतीने संचित वारंवारिता माहित करा.
- ४) चे मूल्य संचित वारंवारितेत शोधा, तिचे मूल्य म्हणजेच मध्यांक किंवा मध्यका होय. वरील उदाहरण खालील प्रमाणे सोडविता येईल.

गुण x	वारंवारिता (f)	संचित वारंवारिता ($c.f.$)
12	1	1
15	1	2
18	1	3
20	1	4
23	1	5
28	1	6
30	1	7

$m = 4$ चे मूल्य

४ चे मूल्य = २०

मध्यांक/मध्यका $m = 20$

$m = 20$

अवलोकनाची संख्या सम असताना मध्यांक काढणे

गुण (x)	4	6	8	10	12	14	16	18
-------------	---	---	---	----	----	----	----	----

Solution :

गुण x	वारंवारिता (f)	संचित वारंवारिता ($c.f.$)
4	1	1
6	1	2
8	1	3
10	1	4
12	1	5
14	1	6
16	1	7
18	1	8

$m = 4.5$ चे मूल्य

$m = 20$

4.5 ही संख्या संचित वारंवारितेत 4 आणि 5 च्या मध्यभागी येत असल्यामुळे आपणास सरळ उत्तर मिळत नाही. म्हणून 4 आणि 5 च्या अवलोकनाच्या मूल्याची सरासरी काढावी. तोच मध्यांक (मध्यका/मध्यगा) असतो.

(४) खंडित पदमालेत मध्यांक (मध्यगा/मध्यका) काढणे (Median in Discrete Series)

खंडित पदमाला म्हणजे ज्या पदमालेत मूल्याची पुनरावृत्ती दर्शविणारी संख्या म्हणजे वारंवारिता दिलेली असते.

उदाहरणार्थ :

एका वर्गातील विद्यार्थ्यांची उंची व त्यांची संख्या दिलेली आहे तर उंचीचे मध्यांक काढा.

उंची (इंचात)	50	60	80	90	70	100	110	
विद्यार्थी संख्या	4	5	12	8	7	3	1	

x	f	$c.f.$
50	4	4
60	5	9
70	7	16
80	12	28
90	8	36
100	3	39
110	1	40

- १) प्रथम दिलेले मूल्य चढत्या क्रमाने मांडणी करा.
- २) दिलेल्या मूल्यांची वारंवारिता त्या त्या मूल्यासमोर लिहा.
- ३) वारंवारितेच्या मदतीने संचित वारंवारिता (c.f.) काढा.
- ४) या सूत्राच्या मदतीने m ची किंमत माहिती करा.
- ५) m चे मूल्य संचित वारंवारितेत सर्वप्रथम कोणत्या मूल्याच्या आड दडलेले आहे म्हणजेच त्यापेक्षा सर्वप्रथम मोठे किंवा मान मूल्य शोधून अधोरेखांकित करा.
- ६) त्यानंतर संचित वारंवारितेचा x मधील मूल्य शोधा ते मूल्य म्हणजे मध्यंक किंवा मध्यगा हाये.

(५) संतत पदमाला / संतत पदमालेत मध्यांक काढणे (Median in Continuous Series)

जेव्हा मूल्याचे गट व त्यांची वारंवारिता दिलेली असते अशा मांडणीस संतत पदमाला म्हणतात.

उदाहरणार्थ :

x	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
f	10	08	12	20	30	22	18

x	f	$c.f.$
0-10	10	10
10-20	08	18
20-30	12	30
30-40	20	50
40-50	30	80
50-60	22	102
60-70	18	120
	120	

मध्यांक गट ४०-५०

६०.५ ही संख्या संचित वारंवारितेत प्रथम ८० या संख्येच्या मागे दडलेली आहे. म्हणून ४०-५० हा मध्यांक गट मिळतो. मिळालेल्या गटावरून मध्यांक काढताना पुढील सूत्राचा वापर करावा येईल.

$M =$ मध्यांक/मध्यगा/मध्यांक

$L1 =$ मध्यांक गटातील लहान मूल्य

$L2 =$ मध्यांक गटातील मोठे मूल्य

$f1 =$ मध्यांक गटातील वारंवारिता

चे मूल्य

$c =$ मध्यांक गटांच्या पूर्वीच्या गटाची संचित वारंवारिता

दुसऱ्या पद्धतीद्वारे मध्यांक (Median) काढता येईल.

उदाहरणार्थ :

x	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
f	10	08	12	20	30	22	18
x	f	$c.f.$					
0-10	10	10					
10-20	08	18					
20-30	12	30					
30-40	20	50					
40-50	30	80					
50-60	22	102					
60-70	18	120					
	120						

मध्यांक गट ४०-५०

म्हणून ४०-५० हा मध्यांक गट मिळतो तसेच मिळालेल्या गटावरून पुढील सूत्राचा वापर करून मध्यांक काढता येईल.

सूत्रावरून :

$l =$ मध्यांक गटातील कनिष्ठ मर्यादा

सूत्रानुसार किंवा एकूण वारंवारितेला २ ने भागाकार करणे.

$h =$ वर्गांतर (वर्गमर्यादांतील अंतर किंवा लांबी)

$c.f. =$ अधोरेखांकित संचित वारंवारितेच्या अधिची संचित वारंवारिता (सूत्रात मांडूण सोडविणे)

(६) मध्यांकांचे (मध्यगा) गुण / फायदे (Merits of Median) :

मध्यांकाचे गुण किंवा फायदे पुढीलप्रमाणे स्पष्ट करता येतील.

- १) सोपे : मध्यांक हे केंद्रीय प्रवृत्तीचे माध्य सर्वांना समजण्यास सोपे आहे. मध्यांक सहज समजतो आणि काढण्यासही सुलभ आहे.
- २) मध्यांक अवलोकनाने मिळतो : केवळ अवलोकनाद्वारे मध्यांकाचे स्थान निश्चित असे ठरविता येते.
- ३) टोकाकडील किंमतीचा प्रभाव नाही : पदमालेतील टोकाकडील किंमतीचा मध्यांकावर परिणाम होत नाही. तसेच शेवटच्या किंमतीचाही मध्यांकावर परिणाम होत नाही. त्यामुळे पदमालेतील दोन्ही टोकांच्या पदमूल्यात बदल झाला तरी मध्यांकावर परिणाम होत नसतो.
- ४) मध्यांकाचे उत्तर लहान किंवा मोठ्या मुल्यांनी प्रभावीत होत नाही : मध्यांकाचे उत्तर मालिकेतील लहान किंवा मोठ्या मुल्यांनी प्रभावित होत नाही. उदाहरणार्थ : १०, २०, ३०, ४० आणि १५० अशी मूल्य असताना मध्यांक ३० असतो. तर मध्य (सरासरी) ५० असते. कारण मध्य (सरासरी) हे १५० ह्या मूल्यांनी प्रभावीत झालेले आहे.
- ५) गुणात्मक अभ्यासासाठी उपयुक्त : ज्या गुणात्मक बाबी प्रत्यक्षपणे मोजणे अवघड आहे अशा बाबींची मोजणी करण्यासाठी मध्यांक हे एक आदर्श मापक आहे. उदा. बुद्धीमत्ता, प्रामाणिकपणा, आरोग्य इत्यादी. संग्रहित माहिती जेव्हा गुणात्मक स्वरूपाची असते तेव्हा मध्यांक उपयोग पडतो.
- ६) मध्यांक आकडेवारीत समाविष्ट : मध्यांक दिलेल्या आकडेवारीत नेहमीच आढळतो. त्यामुळे निश्चितपणे ओळखण्यास गरज नसते.
- ७) सविस्तर माहितीची गरज नसते : जेव्हा सामग्री पूर्ण उपलब्ध नसते. टोकाकडील किंमती माहिती नाही. त्यामुळे जर पदाची संख्या माहिती असेल तर मध्यांक निश्चित करता येते.
- ८) मध्यांक आलेखाने दाखविता येतो : सरासरी हे आलेखाच्या मदतीने निर्धारित करता येते नाही याउलट मध्यांक मात्र आलेखाच्या मदतीने निर्धारित करता येतो.

(७) मध्यांकांचे (मध्यगा) दोष/तोटे/ मर्यादा : (Demerits of Median)

- मध्यांकाचे वरीलप्रमाणे काही गुण असले तरी काही दोषही आहेत. प्रमुख दोष पुढीलप्रमाणे :
- १) क्रमात अडचण : मध्यांक काढण्यासाठी अंकाची मांडणी चढत्या किंवा उतरत्या क्रमाने करावी लागते. तरी तशी नसेल तर मध्यांक काढणे अशक्य बनते.
 - २) विशिष्ट अंकाना महत्व : मध्यांक काढताना मालिकेतील विशिष्ट अंकांना महत्व दिले जाते. इतर अंक दुर्लक्षित राहतात.
 - ३) नमुन्यातील उपस्थिरता : वेगवेगळ्या प्रकारचे नमुने उपलब्ध असतात त्यासाठी मध्यांक काढण्यात आला तर उत्तरात बरीच तफावत जाणवते. अशावेळी मध्यांक काढताना निश्चितता दिसून येत नाही.
 - ४) गणितीय प्रक्रिया अशक्य : मध्यांकावर इतर गणितीय प्रक्रिया करता येत नाहीत. उदाहरणार्थ. मध्यांकाच्या मदतीने संयुक्त मध्यांक काढता येत नाही.
 - ५) टोकाच्या पदाकडे दुर्लक्ष : मध्यांक काढताना टोकाच्या महत्वाच्या पदाकडे दुर्लक्ष केले जाते. टोकाच्या पदाच किंमत जास्त असेल तर त्याचा परिणाम होऊ शकत नाही.
 - ६) योग्य प्रतिनिधित्व नाही : जेव्हा पदमालेच्या वितरणात सारखेपणा नसतो तेव्हा दिलेल्या पदमालेचे मध्यांक योग्य प्रतिनिधित्व करत नाही.
 - ७) विश्वसनीयता नाही : अंकाची संख्या अत्यंत अल्प असल्यास मध्यांक विशेष विश्वसनीय मानता येणार नाही.
 - ८) मध्यांक काढण्यास वेळ अधिक लागतो.
 - ९) मध्यांकाच्या उत्तराची पडताळणी करता येत नाही.

५.२.२.३ बहुलक/भूयिष्टक (Mode)

५.२.२.३.१ बहुलकाचा अर्थ व व्याख्या :

पदमालेत सर्वात जास्त वेळा येणारी संख्या म्हणजे बहुलक होय किंवा पदमालेत जी संख्या जास्त वेळा येते. बहुलक हे पदमालेचे असे मूल्य आहे की, जे दिलेल्या आकड्यात सर्वात जास्त वेळा येते. बहुलकास भूयिष्टक असेही म्हणतात. बहुलकाचे चिन्ह Mo आहे. बहुलक हे केंद्रीय प्रवृत्तीचे माध्य (सरासरी)

बहुलकाची व्याख्या :

- १) 'बहुलक म्हणजे चलाची अशी किंमत होय की, ज्या भोवती इतर किंमती मोठ्या प्रमाणात एकत्रित होतात.'
- २) कोणत्याही पदमालेत जे पदमूल्य सर्वात जास्त वेळा येते किंवा पुन्हा पुन्हा येते त्या पदमूल्याला बहुलक असे म्हणतात.

वरील व्याख्येवरून बहुलकाचा अर्थ प्राप्त होतो. निरीक्षणावरून बहुलक काढता येत नसल्यास ते खालील सूत्राच्या साहाय्याने काढता येईल.

सूत्ररूपाने

$$\text{बहुलक} = 3(\text{मध्यांक}) - 2(\text{माध्य})$$

$$\text{Mode} = 3(\text{Median}) - 2(\text{Mean})$$

५.२.२.३.२ वैयक्तिक पदमाला

उदा. खालील विद्यार्थ्यांना अर्थशास्त्र या विषयातील गुण दर्शविले आहेत. त्या गुणांचा बहुलक काढा.

40, 48, 50, 52, 50, 42, 50, 44, 50, 62, 50, 52, 50, 55

सोडविण्याची पद्धती :

40, 42, 44, 48, 50, 50, 50, 50, 50, 52, 52, 55, 62

वरील पदमालेत ५० ही संख्या ६ वेळा म्हणजेच सर्वात जास्तवेळा आली आहे.

$$\text{बहुलक} = 50$$

$$\text{Mode} = 50$$

५.२.२.३.३ खंडित पदमाला (Discrete Series)

खंडित पदमालेत बहुलक ओळखणे सोपे काम आहे. खंडित पदमालेत बहुलकाचे स्थान सहज निश्चित करता येते ते पुढीलप्रमाणे उदाहरणाद्वारे दाखविले आहे.

उदाहरणार्थ :

गुण	40	50	60	70	80	
विद्यार्थी संख्या	10	10	20	30	24	08

Solution :

५० विद्यार्थ्यांनी गुण मिळविलेले आहेत. त्यापैकी ६० गुण मिळविणारे ३० विद्यार्थी आहेत ते सर्वात जास्त आहेत.

म्हणून बहुलक = ६० आहे.

Mode = 60

५.२.२.३.४ अखंडित/संतत पदमाला (Continuous Series)

खालील पदमालिकेपासून बहुलक काढा.

वर्गांतर					
Class Interval	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
वारंवारिता					
Frequency	03	05	10	08	04
Solution :					
Class	fi				
0-10	3				
10-20	5				
20-30	10				
30-40	08				
40-50	05				
	n=30				

संतत पदमालेत बहुलक काढताना पुढील पद्धती वापरील जाते.

पद्धती :

- १) जास्ती जास्त वारंवारिता असलेला मधला अंक शोधा.
- २) अधिकतम वारंवारितेचा गट अधोखिंकांकित करा.
- ३) पुढील सूत्राद्वारे बहुलक काढा.

l = बहुलकीय वर्गांतराची कनिष्ठ मर्यादा

fm = अधिकतम वारंवारिता

$f1$ = अधिकतम वारंवारितेचा अधिची वारंवारिता

$f2$ = अधिकतम वारंवारितेच्या नंतरची वारंवारिता

h = वर्गांतराची लांबी

५.२.२.३.५ बहुलकाचे फायदे /गुण (Merits of Mode)

बहुलकाचे फायदे/गुण पुढीलप्रमाणे सांगता येतील.

- १) समजण्यास सोपे : बहुलक समजण्यास सोपे असते.
- २) काढण्यास सोपे : बहुलक काढण्यासह सोपे असते.
- ३) आलेखावरून ठरविता येते : बहुलक, म्हणजेच बहुलकाची किंमत आलेखावरून ठरविता येते.
- ४) टोकाच्या किंमतीचा परिणाम नाही : बहुलक काढताना टोकाच्या किंमतीचा म्हणजेच अगदी कमी किंवा अगदी जास्त किंमतीचा परिणाम होत नाही कारण बहुलक काढताना टोकाकडील किंमतीचा विचार केला जात नाही.
- ५) टोकाकडील किंमती माहित नसतील तरीही बहुलक काढता येतो : सामग्रीच्या किंवा आकडेवारीच्या पदमालिकेत जो घटक जास्तीत जास्त वेळा आलेला असतो त्यांची किंमत म्हणजे बहुलक होय.
- ६) सामग्रीत आढळतो : ज्या सामग्रीवरून किंवा आकडेवारीवरून आपण बहुलक काढतो. त्या आकडेवारीत बहुलक आढळून येतो.
- ७) व्यवहारात उपयोगी : जीवशास्त्र, हवामानशास्त्र, उद्योगधंदे, व्यापार इत्यादी क्षेत्रात बहुलकाचा व्यावहारिक उपयोग होतो. उदा. लोकांचा कल, आवड, प्रवृत्ती त्याची मागणी इत्यादी ठरविण्यासाठी बहुलकाचा उपयोग केला जातो.
- ८) प्रतिनिधिक : बहुलक हे पदमालेतील एक पद असते. त्यावरून ते खऱ्या अर्थाने प्रतिनिधिक मानले जाते.
- ९) सर्व संख्यांचा विचार करण्याची गरज नाही : बहुलक ठरवताना पदमालेतील सर्व संख्या विचारात घेण्याची आवश्यकता नसते. पदमालेत वारंवार येणारी संख्या म्हणजे बहुलक असते. त्यामुळे सर्व संख्यांचा विचार करण्याच गरज नाही.
- १०) बहुलक लहान-मोठ्या संख्यांनी प्रभावित होत नाही : बहुलक हा अवलोकनातील लहान किंवा मोठ्या संख्येने प्रभावित होत नाही. उदा. १, ४, ४, १० अशा संख्यांचा बहुलक ४ असतो.
- ११) पदमालेत अस्तित्व : बऱ्याच वेळा बहुलक पदमालेत आढळतो.
- १२) जास्तीत जास्त वर्णनात्मक सरासरी असते : जी माहिती गुणात्मक स्वरूपाची असते तेथेही बहुलकाचा उपयोग होतो. सर्वसामान्यपणे लोकांची उंची, वेतन, चालू वर्षातील रेल्वे अपघाताची सरासरी संख्या इत्यादीची माहिती घेताना बहुलकाचा उपयोग केला जातो.
- १३) केवळ निरीक्षणाने काढता येतो : सामग्री किंवा आकडेवारीचे केवळ निरीक्षण करून बहुलक काढता येतो. बहुलक काढण्यासाठी आकडेमोड करावी लागत नाही.

५.२.२.३.६ बहुलकाचे तोटे / दोष (Demerits of Mode)

बहुलकाचे तोटे किंवा दोष पुढीलप्रमाणे सांगता येतील.

- १) अनिश्चित व संदिग्ध : केंद्रीय प्रवृत्ती दर्शविणारे एक साधन म्हणून बहुलक हे अनिश्चित, अस्पष्ट संदिग्ध असते.
- २) पुढील गणिती क्रिया करता येत नाहीत : बहुलकावर पुढील गणिती क्रिया करता येत नाहीत. त्यामुळे बहुलकाचा उपयोग आपोआप मर्यादित होतो.
- ३) अधिक बहुलकाचे अस्तित्व : एकाच सामग्रीत किंवा आकडेवारीच्या श्रेणीत एकापेक्षा अधिक बहुलक असू शकतात आणि काही वेळा संख्या, संख्या श्रेणीत दोन -दोन किंवा तीन-तीन बहुलक सापडतात. तेव्हा त्यापैकी त्या श्रेणीची केंद्रीय प्रवृत्ती दर्शविणारे नेमके बहुलक कोणते ते ठरविणे कठिण असते.
- ४) बहुलक असेलच असे नाही : सामग्रीच्या श्रेणीत किंवा आकडेवारीत बहुलक असेल असे नाही. काही वेळा तो नसतोही. उदा. २, ४, ७, ९, ११, १३, या पदमालेत बहुलक नाही.

- ५) पद्धती बदलली की बहुलक बदलतो : सरासरी किंवा गणित माध्य काढण्याच्या कोणत्याही पद्धतीने सरासरी किंवा गणित माध्य काढल्यास ते सारखेच मिळते. बहुलकाच्या बाबतीत तसे नसते, कारण बहुलक काढण्याच्या पद्धतीत थोडा जरी बदल झाला तर बहुलकाचा आकडा बदलतो.
- ६) सर्व संख्यांवर आधारित नसतो : बहुलकाचे मूल्य काढताना प्रत्येक संख्येचा विचार केला जात नाही.
- ७) गणितीय प्रक्रिया अशक्य : बहुलकावर गणितीय प्रक्रिया करता येऊ शकत नाही.
- ८) योग्य मापक नाही : बहुलक हे केंद्रीय प्रवृत्ती मापनाचे योग्य साधन नाही. फक्त बहुलकीय समूहाचा विचार केला जातो. पण श्रेणीतील इतर घटकांकडे दुर्लक्ष केले जाते.
- ९) मर्यादित व्याप्ती : लहान आकाराच्या संख्येत बहुलकाचे महत्व मर्यादित असते.
- १०) बहुलकाचा दुरुपयोग होऊ शकतो. जाहिरातदार या माध्याचा गैरवापर करून नागरिकांची दिशाभूल करू शकतो.
- ११) बहुलकाचे मूल्य नेहमीच निर्धारित करता येत नाही.
- १२) बहुलकाच्या उत्तराची पडताळणी करता येत नाही.

बहुलकांचे वरील दोष असूनही बहुलकांचे महत्व कमी होत नाही. कारण हे माध्य प्रचलित किंवा वारंवार होणाऱ्या अंकावर आधारित आहे. सर्वसामान्य नागरिकांचा संबंध प्रचलित अंकाशी येत असतो. त्यामुळे प्रत्येक व्यक्ती, संस्था यांना हे माध्य अत्यंत उपयुक्त ठरते.

५.२.२.३.७ मध्यमान, मध्यांक व बहुलक सोडविलेली उदाहरणे

- (१) खालील श्रेणीमधून मध्यमान, मध्यांक व बहुलक काढा (Find] Mean, Median and Mode of the following)

पद	20	21	22	23	24	25	26
Size	20	21	22	23	24	25	26
वारंवारिता	02	03	08	10	07	06	04
Frequ.	02	03	08	10	07	06	04

Solution :

x	f	$dx (23)$
20	02	-3
21	03	-2
22	08	-1
23	10	0
24	07	1
25	06	2
26	04	3
	40	

सूत्ररूपाने मांडणी करून सोडविता येईल.

दुसऱ्या पद्धतीचा वापर करत मध्यमान (Mean) काढताना पुढील Table मांडणी करून

x	f	fx	$c.f. (<)$
20	02	40	02
21	03	63	05
22	08	176	13
23	10	230	23
24	07	168	30
25	06	150	36
26	04	104	40
	N=40	331	

मध्यमान काढताना पुढील सूत्राचा वापर करू.

आता आपण मध्यांक काढू

आता २० हा अंक Class मध्ये तपासून घेणे. $C.f.$ मध्ये २० किंवा त्यापेक्षा अधिकच अंक २३ हा सापडतो. म्हणून Median = 23

आता आपण बहुलक काढू

बहुलक काढताना वारंवारिता तपासली जाते. त्यामध्ये सर्वाधिक वारंवारिता असलेला अंक म्हणजे ($f=10$) १० हा अंक दिसून येतो.

म्हणून १० ही वारंवारिता असतानाही x चे मूल्य २३ आढळून येते.

Mode = 23 किंवा $z = 23$

संक्षिप्त रुपाने मांडणी

Mean = 23.07 $a = 23.27$
 Median = 23.00 $M = 23.00$
 Mode = 23.000 $z = 23.00$

(२) खालील श्रेणीमधून मध्यमान/ मध्यांक व बहुलक काढा. (Find Mean, Median and Mode of the following series)

पद	17	18	20	21	23	
वारंवारिता		02	04	08	07	04
Solution						

मध्यमान (Mean) काढताना पुढील मांडणी करू

x	f	fx	$c.f. (<)$
17	02	34	02
18	04	72	06
20	08	160	14
21	07	147	21
23	04	92	25
	25	505	

मध्यमान (Mean) काढताना पुढील सूत्राचा वापर करू

आता आपण मध्यांक काढू..

१२.५ किंवा १३ हा class तपासून घेणे. M चे मूल्य संचित वारंवारितेत सर्वप्रथम कोणत्या मूल्याच्या आड दडलेले आहे म्हणजेच समान मूल्य किंवा त्यापेक्षा मोठे मूल्य शोधून अधोरेखांकित करा.

c.f. मध्ये त्यापेक्षा जास्तीचा १४ हा अंक सापडतो. तेव्हा X हा २० आहे.

Median = 20

M = 20

बहुलक काढताना वारंवारिता तपासली जाते. त्यामध्ये सर्वाधिक वारंवारिता (f) असलेला अंक काढला आहे. तो म्हणजे ८ अंक आहे.

म्हणून ८ वारंवारिता असतानाही X हा २० आढळून येतो.

(३) खालील श्रेणीमधून मध्यमान, मध्यांक व बहुलक काढा

वर्गांतर						
class	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
वारंवारिता						
frequency	12	18	27	20	17	06
Solution						
मध्यमान काढताना पुढील टेबल ची मांडणी करू						
classes	x	f	c.f. (<)	fx		
0-10	05	12	12	60		
10-20	15	18	30	270		
20-30	25	27	57	675		
30-40	35	20	77	700		
40-50	45	17	94	765		
50-60	55	06	100	330		
		zf		Σfx		
	180	100		2800		

Mode (बहुलक)

(४) खालील श्रेणीमधून मध्यमान, मध्यांक, बहुलक काढा Find Mean, Median and Mode of the following Series

वर्गांतर class	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	वारंवारिता
frequency	03	05	10	08	04	
Solution						
<i>classes</i>	<i>x</i>	<i>f</i>	<i>fx</i>	<i>c.f. (<)</i>		
0-10	05	03	15	03		
10-20	15	05	75	08		
20-30	25	10	250	18		
30-40	35	08	280	26		
40-50	45	04	180	30		
		30	800			
		N= 30	Σfx			

आता आपण पुढील सूत्राद्वारे बहुलक काढू Mode (बहुलक)

(५) खालील माहितीच्या आधारे मध्य, मध्यगा, मध्यांक व बहुलक काढा Calculate the Mean, Median and Mode from the following data

वर्गांतर class	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	24-28
वारंवारिताfrequency	07	09	13	18	25	10	05

Solution

<i>classes</i>	<i>x</i>	<i>f</i>	<i>fx</i>	<i>c.f. (<)</i>		
0-4	2	07	14	07		
4-8	6	09	54	16		
8-12	10	13	130	29		
12-16	14	18	252	47		
16-20	18	25	450	72		
20-24	22	10	220	82		
24-28	26	05	130	87		
		Sf =N	Sf x			
		87	1250			

Mean काढताना पुढील सूत्राचा वापर करू

मध्यांक Median काढताना पुढील सूत्राचा वापर करू

बहुलक Mode काढताना पुढील सूत्राचा वापर करू

५.२.२.३.८ मध्य, मध्यांक व बहुलकातील संबंध

(Relationship between Mean, Median and Mode)

ज्या विभाजनात मध्यमान = मध्यांक = बहुलक ($a=M=z$) असते अशा विभाजनाला साधारण विभाजन (Normal distribution) असे म्हणतात. याउलट ज्या विभाजनात मध्यमान ? मध्यांक ? बहुलक असतो तेव्हा त्या विभाजनाला विषम विभाजन (Skewed Distribution) असे म्हणतात.

जेव्हा विभाजन हे विषम असते तेव्हा मध्यमान मध्यांक व बहुलकातील संबंध महत्वाचा असतो.

कार्लपिअरसनच्या मते

$$\text{Mode} = 3 \text{ Median} - 2 \text{ Mean}$$

यातील कोणतेही दोन मूल्ये माहित झाल्यास तिसरे मूल्य माहित करता येते. त्यासाठी पुढील उदाहरण लक्षात घेऊ.

समजा

$$\text{Mean} = 42.4$$

$$\text{Mode} = 41.6$$

Find Median

$$\text{Mode} = 3 \text{ Median} - 2 \text{ Mean}$$

$$41.6 = 3M - 2 \times 42.4$$

$$41.6 = 3M - 84.8$$

$$3M - 84.8 - 41.6$$

$$-3M = -126.40$$

$$3M = 126.40$$

$$M = 42.13$$

$$M = 42.13$$

५.२.२.४ गुणोत्तर / भौमितिक माध्य (Geometric Mean)

गुणोत्तर माध्य म्हणजे एकूण अवलोकनाच्या संख्येएवढा त्या संख्यांचा मूळ होय (ठी) म्हणजे दोन अवलोकने असतील तर वर्गमूळ, तीन अवलोकने असतील तर घनमूळ व चार अवलोकने असतील तर चतुर्थमूळ वगैरे...

यातील (x_1, x_2, x_3, \dots) हे दिलेल्या पदमालेतील विविध घटकाचे किंवा अवलोकनाचे मूल्य दर्शवितात. ज्यावेळी एखाद्या विशिष्ट बदलाच्या दराची सरासरी काढावयाची असेल अशा ठराविक ठिकाणीच गुणोत्तर माध्याचा वापर केला जातो.

व्याख्या

कोणत्याही मालिकेतील एकूण पदमूल्यांचा गुणकार करून त्याचे पदसंख्येनुसार मूळ काढले जाते तेव्हा मिळालेले उत्तर हे गुणोत्तर माध्य असते. फक्त

जेव्हा केव्हा अवलोकनाची संख्या तीनपेक्षा जास्त असते तेव्हा त्याचा n काढणे अतिशय कठिण असते. तेव्हा लॉगरिथमचा (Logarithms) उपयोग करावा लागतो. थोडक्यात गुणोत्तर माध्य काढताना लॉग-टेबलचा उपयोग करावाच लागतो.

लॉगच्या मदतीने गुणोत्तर मध्ये

खंडित पदमालेत

संतत पदमालेत

५.२.२.४.१ साधी पदमाला (Simple Series)

उदाहरण = खालील मुल्यांचे गुणोत्तर माध्य माहित करा

x 18 27 16 37 42 59 127

Solution

x	Log x
18	1.2553
27	1.4314
16	1.2041
37	1.5682
42	1.6232
59	1.7709
127	2.1038
N=7	$\Sigma \text{Log } x = 10.9569$
N= 7, $\Sigma \text{Log } x = 10.9569$	

कृती :

- १) प्रथम प्रत्येक मूल्याचे लॉगरिथम मूल्य माहित करा.
- २) मिळालेल्या लॉग मूल्याची बेरीज करा.
- ३) ह्या बेरजेला अवलोकनाच्या संख्येने भागाकार करा.
- ४) आलेल्या भागाकाराच्या उत्तराचा अँटिलॉग पहा.
- ५) अँटिलॉगचे उत्तर हेच गुणोत्तर माध्य असते.

५.२.२.४.२ खंडित पदमाला (Discrete Series)

x	10	20	30	40	50
f	02	03	04	03	02

Solution

x	f	lgo x	flog x
10	02	1.0000	2.0000
20	03	1.3010	3.9030
30	04	1.4771	5.9084
40	05	1.6021	4.8063
50	02	1.6990	3.3980
N=14		$\Sigma flogx = 20.0157$	
N = 14, $\Sigma flogx = 20.0157$			

५.२.२.४.३ संतत पदमाला (Continuous Series)

x	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
f	1	3	5	3	1

Solution

x	f	Xm	Log Xm	flog Xm
0-10	1	5	0.6990	0.6990
10-20	3	15	1.1761	3.5283
20-30	5	25	1.3971	6.9895
30-40	3	35	1.5441	4.6323
40-50	1	45	1.6532	1.6532
N=13		$\Sigma flogXm = 17.5023$		
N = 13, $\Sigma flogXm = 17.5023$				

५.२.२.४.४ गुणोत्तर माध्याचे महत्व :

- १) निर्देशांक काढताना उपयोगात येणाऱ्या सरासरीमध्ये गुणोत्तर माध्य हा सरासरीचा सर्वात चांगला प्रकार मानला जातो.
- २) गुणोत्तर माध्य हे तेव्हा अधिक उपयोगी असते जेव्हा अवलोकनाची संख्यास लहान असते व त्याच्या भाराचे मूल्य मोठे असते.

५.२.२.४.५ गुणोत्तर माध्याचे गुण (Merits) :

- १) गुणोत्तर माध्य सर्वसमावेशक आहे. मालिकेतील संपूर्ण अंकाची हे माध्य दखल घेते.
- २) गुणोत्तर माध्य हे अवलोकनाच्या प्रत्येक मूल्यावर आधारित असते.
- ३) गुणोत्तर माध्यात लहान मूल्यांना अधिक भार व मोठ्या मूल्यांना कमी भार दिला जातो.
- ४) बिजगणितीय विवेचनासाठी उपयुक्त ठरते.
- ५) गुणोत्तर माध्यात सर्व निरीक्षणाचा समावेश होतो.
- ६) निरीक्षणाची कमी संख्या असल्यास गुणोत्तर माध्य तंतोतंत काढता येते.
- ७) गुणोत्तर माध्याच्या मदतीने संयुक्त गुणोत्तर माध्य काढता येते.
- ८) विविध संख्याशास्त्रीय व गणितीय प्रक्रियामध्ये गुणोत्तर माध्याचा उपयोग होतो. उदा. वाढीचा दर, प्रमाण, प्रतिशय प्रमाण इत्यादी.
- ९) गुणोत्तर माध्य पूर्वग्रहास थारा देत नाही.

५.२.२.४.६ गुणोत्तर माध्याचे दोष (Demerits)

- १) गुणोत्तर माध्य अवलोकनाच्या आधारे शोधून काढता येत नाही.
- २) हे माध्य Logarithm वर आधारीत आहे. त्यामुळे सामान्य अभ्यासकांना समजत नाही.
- ३) पदमालेत एखादी संख्या शून्य असल्यास गुणोत्तर माध्याचे मापन करता येत नाही.
- ४) गुणोत्तर माध्य समजण्यास कठीण असते.
- ५) गुणोत्तर माध्याचे उत्तर सामान्य माणसाला काढता येत नाही.

५.२.२.५ हरात्मक /संवादी माध्य (Harmonic Mean)

हरात्मक माध्य म्हणजे एकूण अवलोकनाच्या संख्येला दिलेल्या मूल्याच्या व्यस्ताने भागकार करणे होय.

५.२.२.५.१ साधी पदमाला (Simple Series)

खाली मूल्यांच्या मदतीने हरात्मक (संवादी) माध्य माहित करा

x 28 31 72 63 45 56

कृती :

- १) साध्या पदमालेत हरात्मक माध्य काढताना प्रथम दिलेल्या मूलयांचा व्यस्त माहित करा.
- २) मूल्यांच्या व्यस्ताची बेरीज करा.
- ३) ह्या बेरजेला एकूण अवलोकनाने (N) भागाकार करा.

x	
28	0.03571
31	0.03226
72	0.01389
63	0.01557
45	0.02222
56	0.01786
N=6	= 0.13751
N=6	= 0.13751

५.२.२.५.२ खंडित पदमाला (Discrete Series)

x	10	12	14	16	18	20	f
	05	18	20	10	06	01	
कृती :							

- १) खंडित पदमालेत हरात्मक मूल्य काढताना मूल्यांचे व्यस्त माहित करा.
- २) मूल्यांच्या व्यस्ताला त्याच्या वारंवारितेने गुणाकार करा.
- ३) आलेल्या गुणाकराची बेरीज करा
- ४) आलेल्या बेरजेला एकूण अवलोकनाने N भागाकार करा

Solution

x	f			
	05	0.10000	0.50000	10
	18	0.08333	1.49994	12
	20	0.07143	1.42860	14
	10	0.06250	0.62500	16
	06	0.05556	0.33336	18
	01	0.05000	0.05000	20
	N=60		= 4.43690	
N=60		= 4.43690		

५.२.२.५.३ संतत पदमाला हरात्मक (Continuous Series)

x	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
f	02	03	04	03	02

खंडित पदमालेत हरात्मक माध्य काढताना प्रथम गटाचे मध्यमूल्य माहित करा. नंतर खंडित पदमालेप्रमाणे हरात्मक माध्य काढा.

Solution

x	f	X_m		
0-10	02	05	0.20	0.40
10-20	03	15	0.07	0.21
20-30	04	25	0.04	0.16
30-40	03	35	0.03	0.09
40-50	02	45	0.02	0.04
	N=14			= 0.90
N=14		= 0.90		

हरात्मक माध्याचे गुण (Merits) :

- १) हरात्मक माध्यामध्ये सर्व पदांना समाविष्ट केले जाते. त्यामुळे हे माध्य खऱ्या अर्थाने प्रतिनिधिक मानले जाते.
- २) गणितीय पद्धतीवर आधारित आहे.
- ३) गुणोत्तर माध्ये प्रत्येक अवलोकनावर अवलंबून असते.
- ४) वारंवारितेचे विषम वितरण झालेले असल्यास माध्य म्हणून हरात्मक माध्याचा वापर करणे अधिक संयुक्तिक असते.
- ५) वेग, वेळ, दर यांच्या मापनासाठी हरात्मक माध्याचा उपयोग होतो.

हरात्मक माध्याचे दोष (Demerits) :

- १) एखादा अंक शून्य असल्यास अथवा ऋणात्मक असल्यास माध्याचे मापन करता येत नाही.
- २) हरात्मक माध्य क्लिष्ट आहे. त्यामुळे सामान्य व्यक्तींना समजत नाही.
- ३) हे समजण्यास कठीण आहे.
- ४) हरात्मक माध्य काढण्यासाठी खूप परिश्रम घ्यावे लागतात.
- ५) हरात्मक माध्य काढण्यासाठी वेळही खूप लागतो.
- ६) हे माध्य लहान मूल्यांना अधिक महत्त्व देते.

५.२.३ केंद्रीय प्रवृत्तीच्या उत्तम मापकाची आवश्यकता

जेव्हा आपण केंद्रीय प्रवृत्ती सांगतो तेव्हा आपण सरासरीच सांगत असतो. चांगल्या किंवा आदर्श केंद्रीय (मध्यवर्ती) प्रवृत्तीच्या मापकात किंवा सरासरीत पुढील गुणधर्म असावेत असे प्रतिपादन (म्हणजेच आवश्यकता) केले जाते हे गुणधर्म म्हणजे

- १) मध्यवर्ती प्रवृत्तीचे मापक (किंवा सरासरी) समजण्यास सोपे असावे.
- २) केंद्रीय (मध्यवर्ती) प्रवृत्तीच्या मापकाची (सरासरीची) व्याख्या नेमकी किंवा निश्चित अशी असावी.
- ३) केंद्रीय (मध्यवर्ती) प्रवृत्तीचे मापक काढताना (सरासरी काढताना) कठीण अशी आकडेमोड करावी लागू नये.
- ४) मध्यवर्ती (केंद्रीय) प्रवृत्तीचे मापक हे सर्व संख्यांवर आधारित असे असावे.
- ५) मापक एकदा काढल्यावर त्याच्यावर इतर बैजिक क्रिया (पुढील गणिती क्रिया) करता याव्यात, म्हणजेच पुन्हा प्रत्येक वेळी मूळ संख्या पाहण्याची आवश्यकता भासू नये.
- ६) एकदम जास्त किंवा एकदम कमी अशा एखाद्या संख्येमुळे केंद्रीय (मध्यवर्ती) प्रवृत्तीच्या मापकात फारसा फरक पडू नये.
- ७) सरासरीचे उत्तर निश्चित असावे : याचा अर्थ असा की, दिलेल्या आकडेवारीच्या मदतीने कोणत्याही व्यक्तीने काढलेले उत्तर एकच आले पाहिजे. म्हणजे व्यक्तीनुसार उत्तरात बदल होता कामा नये.
- ८) मापनाची पद्धती सुलभ : म्हणजेच मापण करण्यासाठी गणिताचा वापर केला जातो. सूत्र व समीकरणाचा अवलंब केला जातो. यासाठी ज्या प्रक्रिया पार पाडाव्या लागतात त्या क्लिष्ट असू नयेत.
- ९) सर्वांचे प्रतिनिधित्व : माध्य संपूर्ण अंकाचे प्रतिनिधित्व करण्याच्या क्षमतेचे असावे. संकलित समकांना योग्य न्याय देणारे माध्य असावे. समकांच्या निकट माध्य असावे.

५.३ स्वयं अध्ययनासाठी प्रश्न

- १) केंद्रीय प्रवृत्ती म्हणजे काय? अंकगणितातील माध्याचे कोणकोणते गुण-दोष आहेत.
- २) समांतर माध्याचे फायदे-तोटे स्पष्ट करा.
- ३) मध्यांकाची व्याख्या स्पष्ट करून वैशिष्ट्ये लिहा. मध्यांकाचे गुण-दोष स्पष्ट करा.
- ४) बहुलकाचे गुण-दोष स्पष्ट करा.
- ५) गुणोत्तर माध्याचे गुण-दोष स्पष्ट करा.
- ६) हरात्मक माध्याचे गुण-दोष स्पष्ट करा.
- ७) केंद्रीय प्रवृत्तीच्या उत्तम मापकाची आवश्यकता स्पष्ट करा.

५.४ सारांश

जमा केलेल्या आकडेवारीचे आकलन होण्यासाठी त्या सामग्रीचे प्रतिनिधित्व करणारी एखादी विशिष्ट संख्या महत्वाची असते. या सामग्रीतील प्रत्येक संख्या कोणत्यातरी एका संख्येच्या जवळ असते. या प्रवृत्तीला केंद्रीय प्रवृत्ती म्हणतात.

विभागजनातील सर्वसामान्य मूल्य किंवा प्रतिनिधिक संख्या म्हणजे सरासरी होय. सरासरी ही संख्या संपूर्ण आकडेवारीचे प्रतिनिधित्व करते. म्हणजे ती दिलेल्या संख्येतील मोठे मूल्य आणि लहान मूल्य यांच्या मध्यभागी असते. म्हणून सरासरीच्या मूल्याला मोजमापातील केंद्रीय (मध्यवर्ती) मूल्य म्हणतात.

थोडक्यात, जे मूल्य आपल्या गटाच्या योग्यताचे संक्षिप्त रूपात एक संख्या दर्शविते त्यास केंद्रीय प्रवृत्तीचे माप म्हणतात. केंद्रीय मूल्य म्हणजे केंद्रीय प्रवृत्तीचे माप होय. या केंद्रीय मूल्यास सांख्यिकी भाषेत झसांख्यिकीय सरासरी (Statistical Average) म्हणतात. अधिक सोप्या भाषेत केंद्रीय प्रवृत्तीचे माप याचा अर्थ सरासरी (Average) किंवा मध्य होय. कारण सरासरी किंवा मध्य हा गटातील संख्येचे मध्यमान दर्शवित असतो.

५.५. सरावासाठी स्वाध्याय

- १) माध्य म्हणजे काय? त्यांचे सांख्यिकी गुण सांगा.
- २) मध्यांक म्हणजे काय ते सांगून मध्यांकाचे गुण-दोष सांगा.
- ३) सरासरीच्या विविध प्रकारचे विवेचन करा.
- ४) बहुलकाचे गुण-दोष स्पष्ट करा.
- ५) मध्य, मध्यांक व बहुलक ह्या संकल्पना स्पष्ट करा.
- ६) खालील माहितीच्या आधारे मध्यमान, मध्यांक व बहुलक काढा.

x	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
f	03	07	09	11	13	07

- ७) खालील माहितीच्या आधारे मध्य, मध्यांक व बहुलक काढा.

x	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
f	05	09	13	21	20	15	08	03

५.६ परिभाषिक शब्द

- १) केंद्रीय प्रवृत्तीचे मापे : सरासरीस केंद्रीय प्रवृत्तीची मापे किंवा परिणामे असे म्हटले जाते. तसेच ती संख्या प्रतिनिधिक असते. या संख्येभोवती इतर संख्यांची गोळा होण्याची जी प्रवृत्ती असते त्या प्रवृत्तीला केंद्रीय प्रवृत्ती असे म्हणतात.
- २) गणितीय मध्य : झदिलेल्या सर्व संख्यांची बेरीज करून त्या बेरजेला एकूण संख्येन भागनेफ
- ३) मध्यांक : झसामग्रीतील संख्या चढत्या किंवा उतरत्या क्रमाने लिहून त्यातील मध्यभागी असणारी संख्या म्हणजे मध्यांक होयफ

- ४) बहुलक : झपदमालेत सर्वात जास्त वेळा येणारी संख्या म्हणजे बहुलक होय.फ
- ५) a = समांतर माध्य
- ६) Assumed Mean = गृहित माध्य
- ७) c.f. = संचित वारंवारिता
- ८) dx = गृहित माध्यापासून विचलन
- ९) f = वारंवारिता
- १०) f_1 = आधीच्या गटाची वारंवारिता
- ११) f_2 = नंतरच्या गटाची वारंवारिता
- १२) i = वर्गांतर
- १३) M.V. = मध्य बिंदू
- १४) $a = m = z$
मध्य = मध्यांक = बहुलक
- $a =$ = समांतर माध्य
- M = मध्यांक/मध्यगा/मध्यमा
- z = बहुलक
- L_1 = गटातील लहान मूल्य
- L_2 = गटातील मोठे मूल्य
- f_m = अधिकतम वारंवारिता
- h = वर्गांतराची लांबी

५.७ संदर्भसूची

- 1) Gupta S. C. and Gupta Indra, Business Statistics
- 2) Gupta S. P. "Statistical Method"
- ३) झअर्थशास्त्रफ इयत्ता अकरावी, महाराष्ट्र राज्य माध्यमिक व उच्च माध्यमिक शिक्षण मंडळ, पुणे (२०१२)
- ४) डॉ. आगलावे प्रदीप, झसामाजिक संशोधन पद्धतीशास्त्र व तंत्रेफ, श्री.साईनाथ प्रकाशन, नागपूर- १० (२००८)
- ५) प्रा. देशमुख राम, झमूलभूत सांख्यिकी,फविद्या प्रकाशन, नागपूर (२०११)
- ६) डॉ. कदम विश्वास, झसांख्यिकी पद्धतीफ कैलास पब्लिकेशन, औरंगपुरा, औरंगाबाद, (जुलै, २००९)

प्रकरण - ६

विचलनाचे मापे

६.०	उद्दिष्टे
६.१	प्रस्तावना
६.२	विचलन
१.१	व्याख्या आणि अर्थ
१.२	उद्दिष्टे
१.३	विचलनाचे महत्त्व आणि उपयुक्तता
१.४	विचलनाच्या मोजमापाच्या आवश्यक बाबी
६.२	विचलन मापनाचे प्रकार
१.१	विस्तार आणि विस्ताराचा गुणांक
१.२	मध्य विचलन
१.३	प्रमाण विचलन
१.४	लॉरेन्झ वक्र
६.३	स्वयं अध्ययनासाठी प्रश्न
६.४	सारांश
६.५	पारिभाषिक शब्द, शब्दार्थ
६.६	संदर्भ सूची

६.० उद्दिष्टे

- ◆ To enable the Students to get acquainted with the understanding of mean, median mode quartiles deciles percentiles, range, deviations standard deviations etc.
- ◆ या घटकाच्या अभ्यासानंतर आपल्याला व विद्यार्थ्यांना विचलनाचे स्वरूप सांगता येईल.
- ◆ विचलनाचे प्रकार, विस्तार, चतुर्थक विचलन, मध्य विचलन व प्रमाण विचलन स्पष्ट करता येईल.
- ◆ लॉरेन्झ वक्रद्वारे संपत्ती व उत्पन्न यातील असंतुलनाचे स्वरूप स्पष्ट करता येईल.

६.१ प्रस्तावना

आतापर्यंत आपण दिलेल्या माहितीच्या आधारे सरासरीचे विविध प्रकार किंवा मध्यवर्ती प्रवृत्ती कशी काढली जाते ते पाहिले. केंद्रिय प्रवृत्तीची मध्य, मध्यका आणि बहुलक ही 'प्रथम श्रेणीची माध्ये' (Averages of first order) आहेत. ही माध्ये मूळ तथ्यावरून काढली जातात. आता आपल्याला 'द्वितीय श्रेणीच्या माध्यांचा (Averages of second order) अभ्यास करावयाचा आहे. केंद्रिय प्रवृत्तीच्या माध्यात आणि निरनिराळ्या पदात असणाऱ्या अंतराचे माध्य श्रेणीचे, 'द्वितीय श्रेणीचे माध्य होय'. प्रथम श्रेणीचे माध्य हे त्या ? मालेचे संक्षिप्त रूप असते. त्यावरून मालेतील सर्वसाधारण प्रवृत्ती स्पष्ट होते म्हणून तुलना करण्यासाठी त्या माध्याचा उपयोग होतो. परंतु ही माध्ये संबंधित पदमाळेच्या रचनेवर कोणताही प्रकाश टाकत नाहीत म्हणून नुसत्या माध्याचा आधारे योग्य प्रकारे तुलना करता येत नाही तसेच विविध प्रकारच्या मुद्द्यांत असणारी उच्चवचने आणि यांच्यातील स्थैर्याचे प्रमाण याची कल्पना येत नाही ही माहिती द्वितीय श्रेणीच्या माध्यामुळे मिळू शकते तसेच हे माध्य संबंधित मालेचे प्रतिनिधित्व करते किंवा नाही याचा सुद्धा उलगाडा होतो.

६.२ विचलन - (Dispersion)

विचलन या संकल्पनेचा अर्थ (Meaning of the concept)

एखाद्या श्रेणीतील प्राप्ताक केंद्रिय प्रवृत्तीपासून किती दूरवर पसरलेले आहेत त्यास विचलन म्हणतात. पुढील उदाहरणावरून हा मुद्दा अधिक स्पष्ट होईल. 'अ', 'ब' आणि 'क' या विद्यार्थ्यांचे एका परिक्षेत निरनिराळ्या विषयात १०० पैकी मिळविलेले गुण पुढीलप्रमाणे आहेत :-

	विषय	'अ'चे गुण	'ब'चे गुण	'क'चे गुण
1.	इंग्रजी	35	70	60
2.	गणित	35	80	60
3.	अर्थशास्त्र	90	45	60
4.	मराठी	80	45	60
	एकूण	240	240	240

$$\text{सरासरी गुण} \quad \frac{240}{4} = 60 \quad \frac{240}{4} = 60 \quad \frac{240}{4} = 60$$

अ, ब, आणि क या तीन विद्यार्थ्यांच्या गुणांची सरासरी ६० आहे त्यामुळे तिघेही सारख्याच गुणवत्तेचे आहेत. असेच कोणालाही वाटेल परंतु प्रत्येकाचे निरनिराळ्या विषयात मिळालेले गुण पाहिल्यास 'ब' हा इंग्रजी व गणित या विषयात जेवढा हुशार आहे. तेवढा तो इतर विषयात हुशार नाही. तसेच 'अ' हा अर्थशास्त्र व मराठी विषयात जेवढा हुशार आहे. तेवढा इतर विषयात नाही तर 'क' ने सर्वच विषयात सरासरीने गुण मिळविले आहेत. अशा प्रकारे प्रत्येक विषयाचे विश्लेषण करण्यासाठी द्वितीय श्रेणीच्या माध्यांची आवश्यकता असते.

या तीन विद्यार्थ्यांमध्ये एकाचा निवड ठरावयाची असेल तर कोणता विद्यार्थी निवडणार? यात सर्व विद्यार्थ्यांची गुणांची सरासरी सारखी आहे. परंतु या ठिकाणी गुणांची सरासरी महत्त्वाची नाही तर गुणांची तुलना सरासरीशी केली जाते. व ज्याच्या गुणामधील तफावत कमी त्याची निवड करता येईल. म्हणजेच 'क' हा विद्यार्थ्याची आपण निवड करू शकतो. थोडक्यात प्रत्येक विषयाचे गुण सरासरी गुणांपासून किती विखुरलेले आहेत किंवा ते सरासरी गुणापासून किती दूरवर पसरलेले आहेत त्याला 'विचलन' म्हणतात 'क' हा विद्यार्थी सरासरी बरोबर आहे. त्यामुळे 'क' ह्या विद्यार्थ्याची निवड केली जाईल. 'क' ह्या विद्यार्थ्याची प्रत्येक विषयातील गुण सरासरी बरोबर आहेत.

६.१.१ विचलन या संकल्पनेचा व्याख्या आणि अर्थ

प्रत्येक संस्था आणि सरासरी यांच्यामधील जो फरक त्याला विचलन असे म्हणतात. विचलन म्हणजे दिलेल्या मुद्द्यांतील आणि सरासरी मुद्यातील फरकाचा अभ्यास होय. घटकाच्या प्रतिनिधीपासून विखुरण्याला विचलन (dispersion) असे म्हणतात.

श्री. कनोर - "निरनिराळ्या पदांच्या मुद्द्यांत पडणाऱ्या फरकाच्या विस्ताराच्या मापाला विचलन किंवा अपकिरण म्हणतात." (Dispersion is a measure of the extent to which the individual items vary con nor)

स्प्रिंगल - "अपकिरणामुळे सांख्यिकीय सरासरी मुद्द्यांपासून दोन्ही बाजू कडील फैलण्याची प्रवृत्ती स्पष्ट होते."

कोमर - "वैयक्तिक पदमुद्द्यातील ? सिमेचे माप म्हणजे विचलन होय."

वरील सर्व व्याख्यानुसार कोणत्याही श्रेणीतील अति टोकाच्या पदांच्या मुद्द्यांतील अंतर पदमालेच्या माध्यापासून इतर पदांचे अंतर मोजण्याचे साधन स्पष्ट होते. आपल्याला दिलेली आकडेवारी प्रतिनिधीक संस्थेच्या आकडेवारीपासून संस्था किती प्रमाणात विखुरलेली आहेत म्हणजेच त्या संस्थामध्ये विचलन किती आहे याची माहिती मिळते.

६.१.२ विचलनाचे उद्दिष्टे

- (१) माध्याची सत्यता जाणून घेणे - माध्य जर पदमालेचे खऱ्या अर्थाने प्रतिनिधीत्व करित असेल तर विचलन कमी प्रमाणात राहिल परंतु माध्य योग्य प्रकारे प्रतिनिधीत्व करित नसेल तर त्यावेळी विचलन अधिक राहिल तेव्हा माध्य विश्वसनीय राहणार नाही.
- (२) विचलन हे नियमन करण्याचे साधन - विचलनाचे कारण स्पष्ट असल्याने त्याच नियमांसाठी उपयोग करता येतो. उद्योगाची कार्यक्षमतेचे मापन, सामाजिक प्रश्नाची चर्चा करत समस्या दूर करता येतात म्हणजेच योग्य उपाय करण्यासाठी विचलन आवश्यक असते.
- (३) दोन किंवा अधिक विषयाची तुलना करून योग्य निर्णय घेणे, विविध व्यक्ती त्यांच्या लाभ क्षमतेची तुलना विद्यार्थ्यांच्या वयोगटातील तुलना - सामाजिक विषयाचा तुलनात्मक अभ्यास करण्यासाठी विचलन उपयुक्त असते.

६.१.३ विचलनाचे महत्त्व किंवा उपयुक्तता

(Importance & Uses of Dispersion)

- (१) वास्तविक स्थिती आणि तथ्यांचे ज्ञान प्राप्त करण्यासाठी - सांख्यिकीय संशोधन आणि सर्वसमाज विचलनाचे विशेष महत्त्व आहे. मध्य आणि विचलन हे दोन्ही एक दुसऱ्याला पूरक आहेत. विचलनाशिवाय मध्य मुद्द्याला महत्त्व नाही. मध्य, मध्यांक आणि बहुलकामुळे पदमुद्द्यांचा संपूर्ण वैशिष्ट्याची माहिती प्राप्त होत नाही त्यामुळे त्याचे परिणाम चुकीचे तर नाही आणि शंका राहण्याची शक्यता असते. परंतु विचलनात अशी शंका घेण्यास जागा नसते. मध्याशिवाय विचलन काढणे शक्य नाही म्हणून विचलन आणि मध्य हे एकमेकांना पूरक आहेत मध्याद्वारे फक्त सरासरी काढली जाते त्यामध्ये कधी कधी कमी प्राक्षक असणारे अधिक जास्त सरासरी असणाऱ्या गटात येतात म्हणून वास्तविक स्थिती आणि तथ्यांचे ज्ञान प्राप्त करण्यासाठी विचलन आवश्यक असते.
- (२) सामाजिक घटनामधील समानता, फरक आणि स्थिर तथ्यांचे अध्ययन आणि गणना करण्यासाठी - विचलन हे तथ्यांचे एका श्रेणीमध्ये असणारी समानता, फरक आणि स्थिर गणना व्यक्त करणे सामाजिक संघटनांच्या अध्ययनात समानता आणि फरक या विषयीचे ज्ञान प्राप्त करण्यासाठी विचलनाचे विशेष महत्त्व आहे. सामाजिक घटनामधील समानता, फरक, आणि स्थिर तथ्यांचे अध्ययन आणि गणना करण्यासाठी विचलनाचा उपयोग होतो त्या समाजात समानता किंवा सनायीयतेचा अभाव असेल. तितकाच त्या समाजात एकतेचा अभाव असेल समाजातील नेतृत्वावर त्याची समानता आणि विभिन्नता अवलंबून असते.
- (३) भविष्यासंबंधी अनुमान काढण्यासाठी - कोणत्याही तथ्यांच्या भवितव्यासंबंधी अनुमान काढण्यासाठी विचलनाची मदत होते. ज्या तथ्यांमध्ये विचलन जितके अधिक असेल तितके किंवा त्या प्रमाणात ते अनिश्चित देखील असते.
- (४) मध्यांची सत्यता पाहण्यासाठी - दिलेल्या पदमालेच्या मध्यांची सत्यता पडताळून पाहण्यासाठी विचलनाचा उपयोग केला जातो. माध्य जर पदमालेचे खऱ्या अर्थाने प्रतिनिधीत्व करित असेल तर विचलन कमी प्रमाणात राहिल परंतु माध्य योग्य प्रकारे प्रतिनिधीत्व करित नसेल तर त्यावेळी विचलन अधिक राहिल तेव्हा माध्य विश्वसनीय राहणार नाही याचा अर्थ विचलन कमी असताना माध्य किंवा सरासरी मुद्दय अधिक सत्य असतात.
- (५) तफावत जाणून घेण्यासाठी - विचलनाच्या मदतीने दिलेल्या मुद्द्यात आणि सरासरीत कोणत्या कारणाने तफावत निर्माण झाली हे लक्षात येते म्हणजे विचलनाच्या मदतीने कारणाचा शोध घेता येतो तसेच विचलनाच्या स्वरूपाचा अभ्यास करता येतो. उदा. डॉक्टर रोगाच्या तापतील, रक्तदाबातील फरक लक्षात घेऊन आजाराचे निदान करतात व त्याचे कारण शोधतात. सामाजिक शासन- ? तफावत, वेतनातील तफावत, विद्यार्थ्यांच्या गुणातील तफावत लक्षात घेतली जाते. व त्यासाठी विचलनाच्या मोजमापाचा अभ्यास महत्त्वाचा ठरतो.

- (६) दोन किंवा अधिक पदमालांच्या विभाजनाच्या अभ्यासासाठी – दोन किंवा अधिक पदमालांच्या विभाजनाच्या अभ्यासासाठी विचलनाचा अभ्यास महत्वाचा असतो. मुद्द्यांच्या अस्थिरतेच्या किंवा अस्थिरतेच्या अभ्यासासाठी विचलनाचा आधार घ्यावा लागतो. कारण अधिक विचलन म्हणजे अधिक स्थिरता व कमी अस्थिरता होय.
- (७) सांख्यिकीय प्रक्रियांसाठी – विचलनाचा अभ्यास अनेक सांख्यिकीय प्रक्रियांसाठी उपयोगी ठरतो. उदा. गृहीतांची चाचणी, विचलनाचे विश्लेषण, उत्पादन, नियंत्रण व खर्च नियंत्रण वगैरेचा अभ्यास करताना विचलन तंत्र उपयोगी पडते.

६.१.४ विचलनाच्या चांगल्या मोजमापाच्या आवश्यक बाबी

(Requirement of good measures of Dispersion)

विचलनाची वेगवेगळी मोजमापे कोणकोणती आहेत हे पाहण्यासाठी चांगल्या मोजमापाचे गुणधर्म काय आहेत ते पाहू –

- (१) विचलन माहित करण्यास व समजण्यास सोपे असावे.
- (२) विचलन घटकाच्या प्रत्येक मुद्द्यांवर आधारित असावे.
- (३) विचलनावर फार लहान किंवा मोठ्या संख्येचा प्रभाव नसावा.
- (४) विचलन सहज काढता आले पाहिजे व मापन पद्धत सोपी पाहिजे.
- (५) विचलन काढताना पद्मालेतील सर्व संख्यांचा विचार केला पाहिजे.
- (६) विचलन बीजगणीतीय मापनास सुलभ पाहिजे.
- (७) विचलनाची निश्चित व्याख्या केली पाहिजे.

विचलनाच्या (अपकिरणाच्या) पद्धती–

विचलनाच्या पद्धती किंवा जास्त अपकिरणाचे स्वरूपही ?

- (१) निरपेक्ष विचलन (Absolute Dispersion)
- (२) सापेक्ष विचलन (Relative Dispersion)

कोणत्याही मोजमापाचे केवळ निरपेक्ष मोजमाप (Absolute) व तुलनात्मक मोजमाप (Relative) मोजमाप असे वर्गीकरण करता येते.

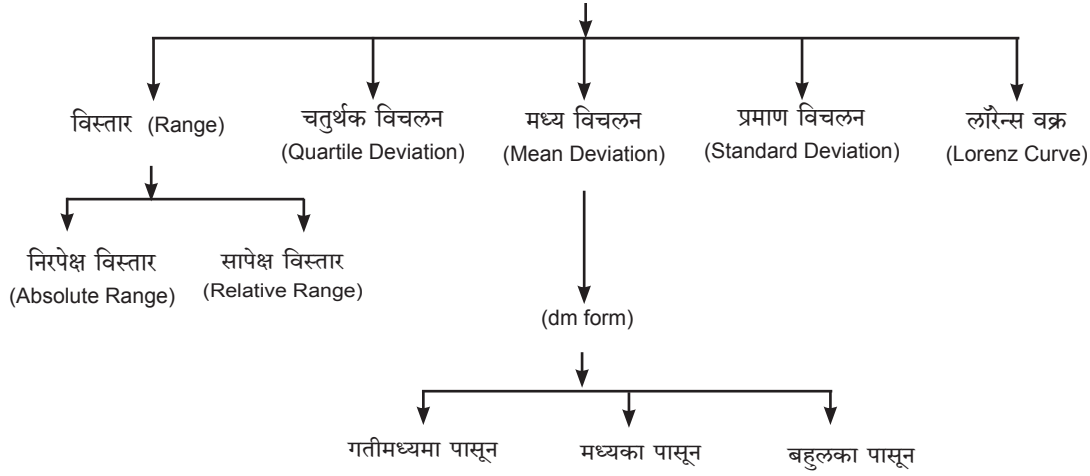
निरपेक्ष विचलनाचा अभ्यास तेव्हाच उपयोगी होतो तेव्हा भिन्न पद्मालेतील मोजमापाचे एकक सारखे असते. उदा. दोन भिन्न कारखान्यातील कामगारांच्या वेतनातील तफावतीचा अभ्यास करतांना दोन्ही कारखान्यातील कामगारांचे वेतन रूपयात दिलेले असेल तर निरपेक्ष विचलनाच्या मदतीने तुलना करता येते.

या उलट दोन भिन्न कारखान्यातील कामगारांच्या वेतनाचे एकक भिन्न असेल तर मात्र सापेक्ष विचलनाचा उपयोग करावा लागतो. सापेक्ष विचलनाचे तुलनात्मक अध्ययन करता येते. सापेक्ष विचलनात गुणांक किंवा प्रमाण काढले जाते. यालाच सह गुमक (co-efficient) म्हणतात. दोन व्यक्ती/दोन देश यांच्यातील तुलना करण्यासाठी सापेक्ष विचलन संकल्पना वापरतात. उदा. भारत आणि अमेरिका इ. निरपेक्ष विचलनापेक्षा सापेक्ष विचलनाचा उपयोग अधिक केला जातो.

६.२ विचलन मोजण्याचे प्रकार – (Types of Measures)

- (१) विस्तार. (Range)
- (२) चतुर्थक विचलन (Quartile deviation)
- (३) मध्य विचलन (Mean deviation)
- (४) प्रमाण विचलन (Standard deviation)
- (५) हारैन्स वक्र (Lorenz curve)

विचलन मापनाचे प्रकार (Types of Measures)



६.२.१ विस्तार आणि विस्ताराचा गुणांक (Range and Its Co-efficient)

(१) विस्तार- (Range)

कोणत्याही श्रेणीच्या पदमालेच्या उच्चतम आणि निम्नतम पदाच्या अंतरास विस्तार (Range) म्हणतात. एल हान्स (Elhance) यांच्यामते “विस्तार हे विचलन मापाचे सर्वात अधिक साधेमाप आहे. हा श्रेणीच्या पदमुद्र्यांतील उच्चतम आणि निम्नतम यातील फरक होय.” (Range is the simplest possible measure of dispersion. It is the difference between the value of the extreme items of a series - Elhance)

“पदमालेतील पदाच्या मोठ्यात मोठ्या आणि लहानात लहान अंतराला विस्तार असे म्हणतात. किंवा दिलेल्या श्रेणीतील सर्वात मोठा व सर्वात लहान प्रमाणातील फरक म्हणजे विस्तार होय.”

दिलेल्या पदमालेतील संस्थामध्ये सर्वात मोठी संस्था व सर्वात लहान संस्था या दोघांमधील अंतराला विस्तार म्हणतात. विस्तार हे विचलनाचे अतिशय सोपे मोजमाप आहे. तसेच विस्तार करण्यासाठी अतिशय कमीवेळ लागतो त्यामुळे जेथे जेथे वेळ कमी असतो अशा ठिकाणी विचलन मोजण्यासाठी विस्तार या मोजमापाचा विचार करतात. विस्तार हा ‘R’ ने दर्शविला जातो. विस्ताराचे सुत्र = $R = L - S$

R = विस्तार

L = पदमालेतील सर्वात मोठी संख्या

S = पदमालेतील सर्वात लहान संख्या

विस्तार = सर्वात मोठी संख्या – सर्वात लहान संख्या

विस्ताराचा गुणांक = (Co-efficient of Range) = $\frac{L - S}{L + S}$

या दोन्ही सूत्राचा वापर करून विस्तार व त्याचा गुणांक काढता येतो. उदा. खालीलपैकी एका विषयात विद्यार्थ्यांनी परिक्षेत मिळविलेले विविध विषयाचे गुण दिले आहेत त्यानुसार गुणाचा विस्तार व गुणांक काढा.

50, 60, 40, 45, 70, 80, 30, 90, 35 या संख्यांचा विस्तार सांगा

सर्वात मोठी संख्या = L = 90

सर्वात लहान संख्या = S = 30

विस्तार (R) = L – S

विस्तार (R) = 90 – 30

विस्तार (R) = 60

60 हा गुणांचा विस्तार आहे.

$$\text{विस्ताराचा गुणांक} \quad \frac{L - S}{L + S} = \frac{90 - 30}{90 + 30} = \frac{60}{120} = 0.5$$

(Co-efficient of Range)

$$\text{विस्ताराचा गुणांक} = 0.5$$

विस्तार ही विचलन काढण्याची ही सर्वात सोपी पद्धत आहे. प्रथम दिलेल्या संस्था चढत्या किंवा उतरत्या क्रमाने लिहाव्यात त्यात सर्वात मोठी संख्या (L) व सर्वात लहान संख्या शोधतात या दोघांमधील अंतर काढून विस्तार मिळतो. विस्तार हे अपकिरणाचे निरपेक्ष माप समजले जाते यात दोन भिन्न एककांच्या मापाची तुलना करता येत नाही या पद्धतीत मधल्या पदाची दखल मुळीच घेतली जात नाही त्यामुळे अंत्य पदे तीच असतील अति मधल्या पदात काहीही बदल न करता अंत्य पदात बदल केली तर विस्तार बदलतो. ? नियंत्रण आणि हवामानाचे अंदाज कळण्यासाठी विस्तार पद्धतीचा उपयोग करतात. विस्तार हे विरपेक्ष माप समजले जाते. विस्तारांचा गुणांक (Co-efficient of Range) काढून सापेक्ष मापात रूपांतर करतात. दोन एककांच्या मालाची तुलना करावयाची असल्यास “सापेक्ष विस्तार” (Relative Range) काढतात. विस्ताराला अंत्य पदाच्या बेरजेने भाग दिल्यानंतर येणाऱ्या संख्येला ‘सापेक्ष विस्तार’ किंवा ‘अपकिरण गुणांक’ (Co-efficient Dispersion) असे म्हणतात.

साधी मालिका (Simple Series)

प्रश्न :- विशिष्ट धंद्यापासून खालील वर्षात दरवर्षी होणारा नफा दाखविला आहे. त्याचा विस्तार व गुणांक काढा.

Year	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Net Profit	10	18	16	22	35	23	28	32	25

विस्तार आणि विस्ताराचा गुणांक काढा-

$$\text{सर्वात मोठी संख्या (L)} = 35$$

$$\text{सर्वात मोठी संख्या (S)} = 10$$

$$\text{विस्तार (R)} = L - S$$

$$\text{विस्तार} = 35 - 10$$

$$\text{विस्तार} = 25 \text{ Thousand of Rupees}$$

$$\begin{aligned} \text{विस्ताराचा गुणांक} &= \frac{L - S}{L + S} \\ \text{(Co-efficient of Range)} &= \frac{35 - 10}{35 + 10} \\ &= \frac{25}{45} \\ &= 0.56 \end{aligned}$$

प्रश्न :- खालील उदाहरणात 1091-95 या काळातील वस्तूच्या किमती दिल्या आहेत तर त्यांच्या मदतीने विस्तार व विस्तार गुणांक काढा.

Year	1991	1992	1993	1994	1995
Price	200	210	250	240	260

$$\text{Range} = R = L - S = 260 - 200 = 160$$

$$\begin{aligned} \text{(Co-efficient of Range)} &= \frac{L - S}{L + S} = \frac{260 - 200}{260 + 200} = \frac{60}{460} \\ &= 0.73 \end{aligned}$$

खंडित पदमाला (Discrete Series)

आता आपण खंडित पदमालेनुसार विस्तार काढू -

प्रश्न :- खालील माहितीच्या वरून विस्तार व विस्तारांचा गुणांक काढा.

Value	25	20	23	32	38	42	50
Frequency	5	3	7	9	3	7	4

Solution - Computation of Range and its Co-efficient

$$\text{विस्तार (R)} = L - S$$

$$\text{विस्तार} = 50 - 20$$

$$\text{विस्तार} = 30$$

$$\begin{aligned} \text{विस्ताराचा गुणांक} \\ \text{(Co-efficient of Range)} &= \frac{L - S}{L + S} = \frac{50 - 20}{50 + 20} = \frac{30}{70} \\ &= 0.43 \end{aligned}$$

प्रश्न :- खालील माहितीच्या वरून विस्तार व विस्तारांचा गुणांक काढा.

X	10	15	18	25	30
F	5	3	7	9	3

$$\text{विस्तार (R)} = L - S$$

$$\text{विस्तार} = 30 - 10$$

$$\text{विस्तार} = 20$$

$$\begin{aligned} \text{विस्ताराचा गुणांक} \\ \text{(Co-efficient of Range)} &= \frac{L - S}{L + S} = \frac{30 - 10}{30 + 10} = \frac{20}{40} \\ &= 0.5 \end{aligned}$$

अखंडित पदमाला (Continious Series) सतत पदमालेत विस्तार

X	Y
10 - 20	5
20 - 30	4
30 - 40	10
40 - 50	5
50 - 60	8

हे अखंडित वारंवारिता वितरण आहे. सर्वात मोठ्या वर्गाची जेष्ठ मर्यादा (L) = 60, सर्वात लहान वर्गाची कनिष्ठ मर्यादा (S) = 10

$$\text{विस्तार (R)} = L - S$$

$$\text{विस्तार} = 60 - 10$$

$$\text{विस्तार} = 50$$

$$\begin{aligned} \text{विस्ताराचा गुणांक} \\ \text{(Co-efficient of Range)} &= \frac{L - S}{L + S} = \frac{60 - 10}{60 + 10} = \frac{50}{70} \\ &= 0.71 \end{aligned}$$

प्रश्न :- The Following table gives the weights of one hundred persons compute the co-efficient of dispersion by the method of limits.

Weight in Kgs (class Intervals)	No. of persons (F)
30 – 35	06
35 – 40	11
40 – 45	13
45 – 50	18
50 – 55	22
60 – 65	09
65 – 70	07
70 – 75	02

$$\begin{aligned} \text{Range of Dispersion} &= L - S \\ &= 75 - 30 \\ &= 45 \text{ kg.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Co-efficient of} &= \frac{75 - 30}{75 + 30} \\ \text{Dispersion of Range} &= \frac{45}{105} \end{aligned}$$

$$\text{विस्ताराचा गुणांक} = 0.43$$

विस्ताराचे गुण (वैशिष्ट्ये)

- (१) विस्तार हे विचलनशितलतेचे अत्यंत जलद गतीने काढता येणारे परिणाम आहे.
- (२) विस्ताराची गणना सोप्या पद्धतीने केली जाते.
- (३) यामध्ये केवळ उच्चतम आणि प्राप्तांक समान असतील तर मध्यांक अधिक विश्वसनीय असतो.
- (४) जर विस्तार कमी असेल आणि प्राप्तांक समान असतील तर मध्यांक अधिक विश्वसनीय असतो.
- (५) संख्याशास्त्राचे फारसे ज्ञान नसलेल्या व्यक्तीत सुद्धा विस्ताराचा अर्थ कळतो.
- (६) विस्ताराच्या सहाय्याने दोन गटाची तुलना सहजपणे केली जाऊ शकते.
- (७) मध्यांच्या प्राप्तकामुळे विस्तार प्रभावित होत नाही.
- (८) केवळ आवृत्ती वितरण किंवा प्राथमिक सांख्यिकीमध्ये याचा उपयोग केला जातो.
- (९) विचलन मोजण्याच्या विविध पद्धतीत सर्वात सोपी पद्धत म्हणून विस्तार पद्धतीचा उल्लेख केला जातो. हा विस्तार समजण्यास सोपा असतो व तो माहित करण्यासाठी वेळ कमी लागतो.
- (१०) गुणविषयांत व हवामानाचे अंदाज करण्यासाठी विस्ताराचा उपयोग होत असतो.

विस्ताराच्या मर्यादा (Limitations of Range)

- (१) विस्ताराचे मुद्दे पदमालेतील सर्व मुद्द्यांवर आधारित नसते. विस्तार विचलनाचे प्रतिनिधिक माप कारण विस्तार अंतीम प्राप्तकांच्या संदर्भात सांगतो.
- (२) सर्व घटकांचे अवलोकन करतात - अपकिरण मापन होत नाही.
- (३) वेगवेगळ्या नमुन्यात विस्ताराचे मुद्दे बदलणारे असते.
- (४) विस्तारामुळे विभाजनाचे स्वरूप लक्षात येत नाही.
- (५) प्रारंभ आणि शेवट बसणाऱ्या पदमालेत विस्तार माहीत करता येत नाही.
- (६) विस्तार हे विचलनाचे अतिशय अविश्वसनीय माप आहे कारण याचा संबंध केवळ प्राप्तकांच्या उच्चतम

आणि निम्नतम पदाचा अंतर किंवा फरकापर्यंत मर्यादित आहे.

विस्ताराच्या काही मर्यादा असल्या तरी त्याचा उपयोग दैनंदिन व्यवहारात होत असतो. उदाहरणार्थ विक्रेत्याला दिवसाकाठी झालेल्या विक्रीतील फरक, तापमानातील फरक मोजतांना विस्तार पद्धतीचा उपयोग होतो. तसेच शेअर बाजारातील किमतीचा अभ्यास करताना विस्तार पद्धती उपयोगी ठरते. गुणवत्ता नियंत्रण विभागात उत्पादनाच्या गुणवत्तेच्या विस्ताराचा विचार होतो. उत्पादनातील कमीत कमी व जास्तीत जास्त उत्पादन लक्षात घेऊन नियंत्रण केले जाते.

विस्ताराचा उपयोग

- (१) विस्ताराचा वापर भांडवली आणि भाग भांडवली बाजारातील चढ उताराच्या अभ्यासासाठी केला जातो.
- (२) रोखांची किमत, व्याजदर तसेच गुणवत्ता नियंत्रण इत्यादी व अंदाज बांधण्यासाठी याचा वापर केला जातो.
- (३) कोणत्याही ठिकाणच्या तापमानातील सरासरी मोजण्यासाठी उपयोगी पडतो.

६.२.२ मध्य विचलन (Mean Deviation)

मध्य विचलन आणि व्याख्या

आतापर्यंत आपण विचलन मोजण्याच्या दोन पद्धतींचा अभ्यास केला पण याच्यातील महत्त्वाचा दोष म्हणजे दोन्ही पद्धती ह्या अवलोकनातील सर्व मुद्द्यांवर आधारित नाहीत तेव्हा सर्व मुद्द्यांवर आधारित असणाऱ्या मध्य विचलनाचा (Mean Deviation) आपण विचार करू. मध्य विचलन म्हणजे मध्यापासूनच्या विचलनाची सरासरी होय. मध्य विचलन हे मध्यापासून काढले जाते.

मध्य विचलन याचा अर्थ समांतर मध्यापासून विचलित पदाचे अंतर असा होतो मध्यापासून श्रेणीच्या प्रत्येक पदाचे विचलन काढले जाते.

“एका मध्यापासून विचलनाच्या बेरजेस पदाच्या संख्येने भाग दिल्यास जे उत्तर प्राप्त होते त्यास विचलन असे म्हणतात. - M. K. Ghosh / M. C. Chaudhary - Mean deviation is the sum of the deviation from on average divided by the number of items.

मध्य विचलन पद्धतीत पदमालेतील सर्वच पदे विचारात घेतली जात असल्यामुळे विचलनाचे हे माप अधिक योग्य समजले जाते. “मध्य किंवा मध्यक विचलन म्हणजे समांतर माध्य, मध्यका किंवा बहुलक यापैकी कोणत्यातरी माध्यमापासून काढलेला निरनिराळ्या पदांच्या मुद्यांचा अंतराच्या बेरजेला पदांच्या संख्येने भाग देऊन आलेली संख्या होय. माध्य विचलनाला प्रथम आपकिरण- (First moment of Dispersion) असे सुद्धा म्हणतात. वरील पैकी एखादे माध्य आत्म पदाचे मुद्य यातील अंतराला विचलन (Dispersion) असे म्हणतात. या विचलनाचे समांतर माध्ये म्हणजेच “माध्य विचलन होय” माध्य विचलना संबंधी विशेष लक्षात ठेवण्याची बाब म्हणजे यात विचलनाची चिन्हे लक्षात घेतली जात नाहीत म्हणजेच सर्व विचलने चल (+) समजून त्यांच्या बेरजेला पदांच्या एकूण संख्येने भागतात. माध्य विचलन काढण्यासाठी पुढील सुत्रे उपयोगात आणली जातात.

δ = मध्य विचलनासाठी (Mean Deviation) δ (डेल्टा) किंवा M. D लिहले जाते.

N = नगाची संख्या (Number of items)

$\sum d$ = मध्य (समांतर मध्य, मध्यांक किंवा बहुलक) पासून पद मुद्द्याच्या विचलनाची बेरीज किंवा पदाची एकूण बेरीज लिहिली जाते.

Co-efficient of δ = मध्य विचलन गुणांक

मध्य विचलन (M. D) = $\frac{\sum |d|}{N}$

मध्य विचलन = $\frac{\text{निरपेक्ष अंतराची बेरीज}}{\text{घटकांची संख्या}}$
(M. D)

$$\text{मध्य विचलनाचा गुणांक} = \frac{\delta}{a}$$

मध्य विचलनाची वैशिष्ट्ये (Characteristics of mean Deviation)

- (१) मध्य-विचलन (M. D) गणिती पद्धतीने काढले जाते.
- (२) श्रेणीचे प्रत्येक एकक घेऊन मध्य विचलन काढले जाते.
- (३) मध्य विचलन हे मध्यांच्या सहाय्याने काढले जाते. हे मध्य समांतर मध्य, मध्यांक किंवा बहुलक असू शकेल. विचलनात ज्या केंद्रिय प्रवृत्तीचा उपयोग केला जातो त्यास विचलन म्हटले जाते. उदा. मध्याचे मध्य विचलन मध्यांकाचे मध्य विचलन आणि बहुलकाचे मध्य विचलन असे म्हणतात.
- (४) विचलनाचा मध्य काढण्यासाठी केवळ समांतर मध्याचा उपयोग केला जातो.

सरळ श्रेणी (Simple Series)

$$\delta = \frac{\sum d}{N} \text{ किंवा } \frac{\sum |d|}{N} = \frac{\text{अंतराची बेरीज}}{\text{घटकांची संख्या}}$$

$$\text{मध्य विचलन } (\delta) = \frac{\text{अंतराची बेरीज}}{\text{घटकांची संख्या}}$$

वरील सुत्रात - δ = मध्य विचलन

$\sum d$ = मध्य (समांतर मध्य, मध्यांक किंवा बहुलक) पासून पद मूल्याच्या विचलनाची बेरीज

N = पदाची एकूण बेरीज

साध्या पद्धतीने मध्य विचलन काढताना

- (१) सर्व प्रथम मध्याची गणना करावी लागते.
- (२) प्रत्येक पद मुद्यापासून समांतर मध्य (किंवा मध्यांक किंवा बहुलकाचे विचलन) (d) काढले जाते.
- (३) त्यानंतर वरील विचलनाची बेरीज माहित केली जाते.
- (४) नंतर पदाच्या एकूण संख्येची बेरीज काढली जाते. ती N ने दर्शविली जाते.
- (५) शेवटी $\sum d / N$ सुत्राचा उपयोग करून मध्य विचलन काढले जाते.

उदा. $X = 10, 12, 18, 16, 20, 26$ या ठिकाणी समांतर मध्य पासून मध्य (mean) विचलन काढले आहे.

X	d
10	7
12	5
16	1
18	1
20	3
26	9
102	26 = d

$$\begin{aligned} a &= \frac{\sum X}{N} \\ &= \frac{102}{6} \\ &= 17 \end{aligned}$$

या ठिकाणी अगोदर समांतर मध्य काढला

$$\delta = \frac{\sum |d|}{N} = \frac{26}{6} = 4.33$$

$$\text{Co-efficient of } \delta = \frac{\delta}{a} = \frac{4.33}{17} = 0.25$$

प्रश्न :- खालील नऊ विद्यार्थ्यांचे मिळालेले मार्क दाखविले आहेत. त्यावरून माध्य, मध्यका, आणि बहुलक यापासून माध्य विचलन काढा.

मार्क (२५ पैकी) 7, 4, 10, 9, 15, 12, 7, 9, 7

$$\begin{aligned} (१) \text{ समांतर माध्य (mean)} &= \frac{\sum M}{N} \text{ i.e. } -7 + 4 + 10 + 9 + 15 + 12 + 7 + 9 + 7 = \frac{80}{9} \\ &= 8.89 \end{aligned}$$

(२) मध्यका (mediun) यात सर्व संख्या क्रमाने लिहून मधली संख्या मध्यका असते.

4, 7, 7, 7, 9, **9**, 10, 12, 15

$$\begin{aligned} \text{मध्यका} &= \frac{N+1}{2} \text{ वा नग} \\ &= \frac{9+1}{2} = \frac{10}{2} = 05 \text{ वा अंक} \end{aligned}$$

तर पाचवा अंक हा **9** आहे. त्यामुळे मध्यका = **09** आहे.

(३) बहुलक (Mode) जी संख्या जास्त वेळा येते तीला बहुलक म्हणतात.

= तर 7 ही संख्या तीन वेळा आली आहे म्हणून बहुलक 7 आहे.

Computation of mean deviation

Marks	Deviations from mean d = 8.89	Deviation from Mediam dm = 9	Deviation from mode dz = 7
7	1.89	2	0
4	4.89	5	3
10	1.11	1	3
9	0.11	0	2
15	6.11	6	8
12	3.11	3	5
7	1.89	2	0
9	0.11	0	2
7	1.89	2	0
$\sum M=80$ N=9	d = 21.11	$\sum dm = 21$	$\sum dz = 23$

(१) समांतर माध्य पासून माध्य विचलन

$$\text{Mean Deviation (From Mean) or } \delta = \frac{\sum d}{N} = \frac{21.11}{9} = 2.35$$

(२) मध्यका पासून माध्य विचलन

$$\text{Mean Deviation (From Medin) or } \delta_m = \frac{\sum dm}{N} = \frac{21}{9} = 2.33$$

(३) बहुलका पासून माध्य विचलन

$$\text{Mean Deviation (From Mode) or } \delta_z = \frac{\sum dx}{N} = \frac{23}{9} = 2.56$$

From the above calculations it is near deviation is Least from the median.

When marks are doubled i.e. converted out of 50 the variation, in marks would also increase and infact it would be doubled. The reason is that when all the values of a series are multiplied by a certain constant say the value of (i) mean (ii) median (iii) mode (iv) mean deviation etc. would also be increased and shall be obtained by multiplying with that constant.

वैयक्तिक पदमालेचे मध्य विचलन हे समांतर माध्य, मध्यका आणि बहुलक यांच्यापासून काढता येत असले तरी ते मध्यकापासून काढणे अधिक उचित समजले जाते कारण मध्यकापासून काढलेले 'माध्य विचलन' कमी असते. साधारण मालापासूनच्या निरपेक्ष (Absolute) अंतराच्या बेरजेला घटकाच्या संख्येने भागले असता येणाऱ्या संख्येला सरासरी विचलन म्हणतात. सरासरी विचलनासाठी कोणतेही साधारण माल वापरतात. पण मध्यमा अधिक वापरली जाते. आपण यापुढील उदाहरणात मध्यकापासून माध्य विचलन काढणार आहोत.

δ = mean deviation (माध्य विचलन)

माध्य विचलन हे δ या चिन्हाने दर्शवितात

साधी मालिका (Simple Series)

Marks	4	7	7	7	9	10	12	15
-------	---	---	---	---	---	----	----	----

Solution -

X	d (X - median)
4	-5
7	-2
7	-2
7	-2
9	0
9	0
10	1
12	3
15	6
N = 9	$\sum d = 21$

$$N = 9 \quad |d| = 21$$

$$\text{Median} = \text{Size of the } \frac{N+1}{2} \text{ th item}$$

$$= \text{Size of the } \frac{9+1}{2} \text{ th item}$$

$$= \text{Size of the } \frac{10}{2} \text{ th item}$$

$$= \text{Size of the } 5 \text{ th item}$$

$$= 9$$

$$\text{Median} = 9$$

Mean Deviation

$$\begin{aligned} \text{M.D} &= \frac{\sum |d|}{N} \\ &= \frac{21}{9} \\ &= 2.33 \end{aligned}$$

$$\text{M.D} = 2.33$$

$$\begin{aligned} \text{Co-efficient of M.D} &= \frac{\text{M.D}}{\text{Median}} \\ &= \frac{2.33}{9} \\ &= 0.258 \end{aligned}$$

$$\text{Co-efficient of M.D.} = 0.258$$

खंडित मालिका (Discrete Series)

weges in Rs.	58	59	60	61	62	63	64	65	66
No. of Labours	15	20	32	35	33	22	20	10	08

Solution

X	F	C.F.	d x - median	F d
58	15	15	-3	- 45
59	20	35	-2	- 40
60	32	67	-1	- 32
61	35	102	0	00
62	33	135	1	33
63	22	157	2	44
64	20	177	3	60
65	10	187	4	40
66	08	195	5	40
	N = 195			$\sum F d = 334$

$$N = 195 \quad \sum F |d| = 334$$

$$\text{Median} = \text{Size of the } \frac{N+1}{2} \text{ th item}$$

$$= \text{Size of the } \frac{195+1}{2} \text{ th item}$$

$$= \text{Size of the } \frac{196}{2} \text{ th item}$$

$$= \text{Size of the 98 th item}$$

$$= \text{Size of the 98 th item lies in C.F. group} - 102$$

$$\therefore = 61$$

$$\text{Median} = 61$$

Mean Deviation

$$\begin{aligned} \text{M.D} &= \frac{\sum F |d|}{N} \\ &= \frac{334}{195} \\ &= 1.712 \end{aligned}$$

$$\text{M.D} = 1.712$$

$$\begin{aligned} \text{Co-efficient of M.D} &= \frac{\text{M.D}}{\text{Median}} \\ &= \frac{1.712}{61} \\ &= 0.028 \end{aligned}$$

$$\text{Co-efficient of M.D.} = 0.028$$

संतत मालिका (Continuous Series)

Marks	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70
Frequency	4	6	10	20	10	6	4

Solution

X	F	C.F	M	d (M – Median)	F d
0 – 10	4	4	5	– 30	– 120
10 – 20	6	10	15	– 20	– 120
20 – 30	10	20	25	– 10	– 100
30 – 40	20	40	35	00	000
40 – 50	10	50	45	10	100
50 – 60	6	56	55	20	120
60 – 70	4	60	65	30	120
	N = 160			$\sum F d = 680$	

$$N = 160$$

$$\sum F |d| = 680$$

$$\text{Median} = \text{Size of the } \frac{N}{2} \text{ th item}$$

$$= \text{Size of the } \frac{60}{2} \text{ th item}$$

$$= \text{Size of the 30 th item}$$

$$= \text{Size of the 30 th item lies in C.F. group – 40}$$

$$\therefore \text{Median Class} = 30 – 40$$

$$L = 30, N = 60, F = 20, C.F = 20, i = 10$$

$$\text{Median} = 1 + \frac{\frac{N}{2} - C.F}{20} \times i$$

$$= 30 + \frac{\frac{60}{2} - 20}{20} \times 10$$

$$\begin{aligned}
&= 30 + \frac{30 - 20}{20} \times 10 \\
&= 30 + \frac{10}{20} \times 10 \\
&= 30 + \frac{100}{20} \\
&= 30 + 5 \\
&= 35
\end{aligned}$$

Median = 35

$$\begin{aligned}
\text{Mean Deviation M.D} &= \frac{\sum F|d|}{N} \\
&= \frac{680}{60} \\
&= 11.333
\end{aligned}$$

M.D = 11.333

Co-efficient of Mean Deviation

$$\begin{aligned}
\text{Co-efficient of M.D} &= \frac{\text{M. D}}{\text{Median}} \\
&= \frac{11.333}{35} \\
&= 0.3238
\end{aligned}$$

Co-efficient of M. D = 0.3238

मध्य विचलनाचा सहगुणांक = 0.3238

माध्य विचलनाचे फायदे

- (१) विचलनाचे माध्य विचलन हे सुविधा एकक माप आहे.
- (२) साधी विचलन हे प्रमाण विचलनाच्या तुलनेत मापन करण्यास सुलभ आहे.
- (३) माध्य विचलनावर ? पदाचा न्यूनतम प्रमाण त्यामुळे निर्दोष निष्कर्ष प्राप्त होतात.
- (४) माध्य विचलन हे विचलन पदमालेतील सर्व पदमुद्द्यांच्या आधारे काढण्यात येते त्यामुळे सर्व पदांचे योग्य प्रतिनिधीत्व करणे.
- (५) सरासरी विचलन हे पदमालेचे स्वरूप आणि व्यक्तीमत्त्व स्पष्ट करणे.
- (६) सरासरी विचलन मध्ययान, मध्यांक व बहुलक यापैकी कोणत्याही माध्यांचा वापर करून काढता येते.
- (७) सरासरी विचलन हे सर्व संस्थांना समान व सापेक्ष महत्त्व प्राप्त करणे.
- (८) सामान्य जनतेला सरासरी विचलनाची ओळख अल्पज्ञानाने देखील महत्त्व आकलन करता येणे.
- (९) अर्थ व विस्तार त्वरीत लक्षात येतो.
- (१०) टोकाच्या किंमतीचा माध्य विचलनावर परिणाम होत नाही.
- (११) आकडेवारीत सर्व संस्थांना विचलनात सारखे महत्त्व त्यामुळे विचलनाचे हे योग्य माप आहे.

माध्य विचलनाचे दोष

- (१) सरासरी विचलन काढताना चिन्हांना वगळण्यात येते. सर्वच संस्था ? समजणास गणितीयदृष्ट्या ते अवैज्ञानिक व अशुद्ध आहे त्यामुळे विचलनाचे हे माप गणितीयदृष्ट्या अयोग्य आहे.
- (२) सरासरी काढण्यासाठी माध्य, मध्यांक व बहुलक यापैकी कोणत्याही साधनांचा वापर करता येतो. त्यामुळे सरासरी विचलन माप अनिश्चित स्वरूपाचे आहे.
- (३) सरासरी विचलन काढण्यासाठी अनेक सुत्रांचा वापर करतात त्यात लघु पद्धत गुंतागुंतीची व कठीण आहे.

- (४) मध्य विचलनाचा बीजगणितीय मापनासाठी उपयोग होत नाही.
- (५) वेग मर्यादा बसणाऱ्या वारंवारिता वितरणापासून सरासरी विचलन काढता येत नाही. या प्रकाराने विचलन काढताना अनेक गणितीय क्रिया कराव्या लागतात त्यामुळे त्याचा वापर मर्यादित होतो. विविध माध्याचा वापर करून सरासरी विचलन काढतात त्यातही माध्य विचलन निरनिराळे येते त्यामुळे प्रत्येक माध्यानुसार तुलना करता येत नाही.

६.२.३ प्रमाण विचलन, विचरण आणि त्याचा गुणांक

प्रमाण विचलन (Standard Deviation)

विचलन मोजण्याचा सर्व मापात प्रमाण विचलन हे सर्वात अधिक महत्त्वाचे माप आहे. सरासरी विचलनाप्रमाणे ते सर्व घटकांच्या किंमतीवर आधारित आहे. तसेच यामध्ये चिन्हाचा वापर केला जातो. प्रमाण विचलनाची संकल्पना सन १८९९ साली कार्ल पिअर सन यांनी मांडली. प्रमाण विचलन हे S.D (Standard Deviation) किंवा ग्रीक σ (सिग्मा) या अक्षराने दाखवितात. प्रमाण विचलनाची किंमत अधिक असल्यास त्या श्रमीच्या सरासरीपासून विचलनाचे प्रमाण जास्त असते. आणि प्रमाण विचलनाची किंमत कमी असते तेव्हा त्या श्रेणीतील सरासरीपासून विचलन कमी असते.

घटकांच्या किमतीचे गणितमाध्यापासूनचे अंतर काढून त्या अंतराच्या वर्गाची बेरीज करतात व त्या बेरजेस घटकांच्या संख्येने भागतात. या गुणोत्तराचा वर्गमुळास 'प्रमाण विचलन' म्हणतात. प्रमाण विचलन हे नियमि तपणे समांतर मध्यापासून काढले जाते.

$$\text{प्रमाण विचलन S.D किंवा } \sigma = \sqrt{\frac{\text{अंतराच्या वर्गाची बेरीज}}{\text{घटकांची संख्या}}}$$

$$\text{S.D} = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N}}$$

उदा. 'अर्थशास्त्रीय संशोधन' या विषयात एका महाविद्यालयातील दहा विद्यार्थ्यांना पुढील गुण मिळाले त्या गुणांचे प्रमाण विचलन काढा.

गुण = 40, 48, 50, 53, 58, 60, 66, 70, 72, 73

उत्तर

X	(d)	(d ²)
गुण	गणितमाध्यापासून अंतर	अंतराचा वर्ग
40	- 19	961
48	- 11	121
50	- 9	81
53	- 6	36
58	-1	1
60	1	1
66	7	49
70	11	121
72	13	169
73	14	196
$\sum X = 590$		$\sum d^2 = 1136$

प्रथम गणीत मध्य काढू N = 10

गणीत मध्य (Mean) = $\frac{\text{गुणांची बेरीज}}{\text{विद्यार्थ्यांची संख्या}}$

$$X = \frac{\sum X}{N}$$

$$= \frac{590}{10}$$

$$= 59$$

प्रमाण विचलन (S.D) = $\sqrt{\frac{\text{अंतराच्या वर्गाची बेरीज}}{\text{घटकांची संख्या}}}$

$$(S.D) = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{1136}{10}}$$

$$= \sqrt{113.6}$$

प्रमाण विचलन = 10.6
(S.D)

Co-efficient of Standard Deviation

विचलनाचा गुणांक

Co-efficient of S. D = $\frac{\text{प्रमाण विचलन (S. D)}}{\text{गणित मध्य (mean)}}$

$$= \frac{10.6}{59}$$

$$= 0.1796$$

प्रमाण विचलन हे सर्व घटकांच्या किमतीवर आधारित असल्यामुळे व पुढे त्याच्यावर बैजिक क्रिया करता येत असल्यामुळे ते सर्वात अधिक उपयोगात आणले जाते. प्रमाण विचलन कमी म्हणजे विस्कलन कमी व प्रमाण विचलन अधिक म्हणजे विस्कलन अधिक असे म्हणता येते.

विचरणाचा गुणांक (Co-efficient of variation - C.V)

प्रमाण विचलनाने सामग्रीतील किमती साधारण मालापासून किती दूर आहेत त्या किमतीत किती विचरण (variability) आहे हे मोजता आले तरी दोन वारंवारिता वितरणाची तुलना करताना त्याचा उपयोग होत नाही तुलनेसाठी प्रमाण विचलनावरून विचरणाचा गुणांक काढताना वितरणाचा गुणांक म्हणजे प्रमाण विचलनाचे गणितमध्याशी शेकडा प्रमाण -

विचरणाचा गुणांक = $\frac{\text{प्रमाण विचलन}}{\text{गणितमध्य}} \times 100$
(C.V)

$$= \frac{S.D}{\text{Mean}} \times 100$$

विचरणाचा गुणांक = $\frac{10.6}{59} \times 100$

$$= 17.96$$

विचरणाचा गुणांक अधिक म्हणजे विचरण (variation) अधिक व विचरणाचा गुणांक कमी म्हणजे विचरण

कमी. दोन वितरणामधील विचरणाची तुलना करण्यासाठी विचरणाचा गुणांक उपयोगात आणतात.

साध्या पद्दमालेत प्रमाण विचलन (Standard Deviation in simple Series)

Sr. No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Marks	10	12	18	20	27	30	40	45	50

गुण	गणितमध्यापासून अंतर (d)	अंतराचा वर्ग (d) ²
10	- 18	324
12	- 16	256
18	- 10	100
20	- 8	64
27	-1	1
30	2	4
40	12	144
45	17	289
50	22	484
$\Sigma X = 252$	- 10	$\Sigma d^2 = 1666$

प्रथम गणीत मध्य काढू N = 9

गणीत मध्य = $\frac{\text{गुणांची बेरीज}}{\text{विद्यार्थ्यांची संख्या}}$
(Mean)

$$X = \frac{\Sigma X}{N}$$
$$= \frac{252}{9}$$

गणीत मध्य = 28

प्रमाण विचलन = $\sqrt{\frac{\text{अंतराच्या वर्गांची बेरीज}}{\text{घटकांची संख्या}}}$
(S.D)

$$= \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{N}}$$
$$= \sqrt{\frac{1666}{69}}$$
$$= \sqrt{185.11}$$

प्रमाण विचलन = 13.61
(S.D)

Co-efficient of Standard Deviation

विचलनाचा गुणांक

$$\text{Co-efficient of S. D} = \frac{\text{प्रमाण विचलन (S. D)}}{\text{गणित मध्य (mean)}}$$
$$= \frac{13.61}{28} = 0.48$$

$$\begin{aligned} \text{विचरणाचा गुणांक} &= \frac{\text{प्रमाण विचलन}}{\text{गणितमध्य}} \times 100 \\ \text{(C.V)} &= \frac{\text{S.D}}{\text{Mean}} \times 100 \\ &= \frac{13.61}{28} \times 100 \\ &= 48.60 \end{aligned}$$

खंडित मालिका (Discrete Series)

X	156	158	160	162	164	166
F	4	5	11	6	9	8

Solution

X	F	FX	d (X mean)	d ²	Fd ²
156	4	624	- 5.62	- 31.584	126.336
158	5	790	- 3.62	- 13.104	65.52
160	11	1760	- 1.62	2.624	28.84
162	5	- 972	0.38	0.144	0.864
164	9	-1476	2.38	5.664	50.976
166	8	- 1328	4.38	19.187	1153.472
	N = 43	∑F X = 6950			∑F X d ² = 426.032

$$N = 43 \quad \sum Fd^2 = 6950$$

$$\begin{aligned} \text{Mean} &= \frac{\sum FX}{N} \\ &= \frac{6950}{43} \\ &= 161.62 \end{aligned}$$

$$\text{Mean} = 161.61$$

Standard Deviation

$$\sum d^2 = 5426.032, \quad N = 43$$

$$\begin{aligned} \text{S.D} &= \sqrt{\frac{\sum Fd^2}{N}} \\ &= \sqrt{\frac{426.032}{43}} \\ &= \sqrt{9.9077} \\ &= 3.147 \end{aligned}$$

$$\text{S.D} = 3.147$$

Co-efficient of standard Deviation

$$\begin{aligned} \text{Co-efficient of S.D} &= \frac{\text{S.D}}{\text{Mean}} \\ &= \frac{3.147}{161.62} = 0.0194 \end{aligned}$$

Co-efficient of S.D = 0.0194

खंडित मालिका (Discrete Series)

X	10	11	12	13	14	15	16
F	5	10	16	20	18	8	3

Solution

X	F	FX	d (X mean)	d ²	Fd ²
10	5	50	- 2.9	8.41	42.05
11	10	110	- 1.9	3.61	36.10
12	16	192	- 0.9	0.81	12.96
13	20	260	0.1	0.01	00.20
14	18	252	1.1	1.21	21.78
15	8	120	2.1	4.41	35.25
16	3	48	3.1	9.61	28.83
	N = 80	∑F X = 1032			∑Fd ² = 177.2

$$N = 80 \quad \sum Fd^2 = 1032$$

$$\begin{aligned} \text{Mean} &= \frac{\sum FX}{N} \\ &= \frac{1032}{80} \\ &= 12.9 \end{aligned}$$

$$\text{Mean} = 12.9$$

Standard Deviation

$$\begin{aligned} \sum Fd^2 = 177.2 \quad N = 80 \\ \text{S.D} &= \sqrt{\frac{\sum Fd^2}{N}} \\ &= \sqrt{\frac{177.2}{80}} \\ &= \sqrt{2.215} \end{aligned}$$

$$\text{प्रमाण विचलन} = 1.488$$

$$\text{S.D} = 1.488$$

Co-efficient of standard Deviation

$$\begin{aligned} \text{Co-efficient of S.D} &= \frac{\text{S.D}}{\text{Mean}} \\ &= \frac{1.488}{12.9} \\ &= 0.115 \end{aligned}$$

$$\text{Co-efficient of S.D} = 0.115$$

संतत मालिका (Continuous Series)

Class Intervals	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
Frequency	15	15	23	22	25	10	5	10

Solution

X	F	M	d (M-A-M)	d ¹ (d/c)	d ¹²	Fd ¹	Fd ¹²
0 - 10	15	5	- 30	- 3	9	- 45	135
10 - 20	15	15	- 20	- 2	4	- 30	60
20 - 30	23	25	- 10	- 1	1	- 23	23
30 - 40	22	35	0	0	0	0	0
40 - 50	25	45	10	1	1	25	25
50 - 60	10	55	20	2	4	20	40
60 - 70	5	65	30	3	9	15	45
70-80	10	75	40	4	16	40	160
	N = 125					∑ Fd ¹ = -2	∑ Fd ¹² = 488

Assumed mean = 35

Common Factor = 10

N = 125 ∑ Fd¹ = -2 ∑ Fd¹² = 488

$$\begin{aligned}
 \text{S.D} &= \sqrt{\frac{\sum Fd^{12}}{N} - \left(\frac{\sum Fd^1}{N}\right)^2} \times C \\
 &= \sqrt{\frac{488}{125} - \left(\frac{2}{125}\right)^2} \times 10 \\
 &= \sqrt{3.904 - (0.016)^2} \times 10 \\
 &= \sqrt{3.904 - 0.0002} \times 10 \\
 &= \sqrt{3902} \times 10 \\
 &= 19755 \times 10 \\
 &= 19.755
 \end{aligned}$$

S.D = 19.755

$$\begin{aligned}
 X &= AM + \frac{\sum Fd^1}{N} \times C \\
 &= 35 + \frac{2}{105} \times 10 \\
 &= 35 + 0.16 \\
 &= 35.16 \\
 X &= 35.16
 \end{aligned}$$

Co-efficient of standard Deviation

$$\begin{aligned} \text{Co-efficient of S.D} &= \frac{\text{S.D}}{\text{Mean}} \\ &= \frac{19.75}{35.16} \\ &= 0.561 \end{aligned}$$

Co-efficient of standard Deviation = 0.561

Questions

Wages in Rs.	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
Workers	10	18	32	40	22	16

Solution

X	F	M	d (M-A-M)	d ¹ (d/c)	d ¹²	Fd ¹	Fd ¹²
0 - 10	10	5	- 20	- 2	4	- 20	40
10 - 20	18	15	- 10	1	1	- 18	18
20 - 30	32	25	0	0	0	0	0
30 - 40	40	35	10	1	1	40	40
40 - 50	22	45	20	2	4	44	88
50 - 60	16	55	30	3	9	48	144
	N = 138					∑ Fd ¹ = 94	∑ Fd ¹² = 330

$$A.M = 25$$

$$N = 138 \quad \sum Fd^1 = 94 \quad \sum Fd^{1^2} = 330$$

$$C = 10$$

$$S.D = \sqrt{\frac{\sum Fd^{1^2}}{N} - \left(\frac{\sum Fd^1}{N}\right)^2} \times C$$

$$= \sqrt{\frac{330}{138} - \left(\frac{94}{138}\right)^2} \times 10$$

$$= \sqrt{2.391 - (0.681)^2} \times 10$$

$$= \sqrt{2.391 - 0.463} \times 10$$

$$= \sqrt{1.928} \times 10$$

$$= 1.388 \times 10$$

$$= 13.88$$

$$S.D = 13.88$$

$$X = A.M + \frac{\sum Fd^1}{N} \times C$$

$$= 25 + \frac{94}{138} \times 10$$

$$= 25 + \frac{940}{138}$$

$$= 25 + 6.811$$

$$= 31.811$$

Co-efficient of standard Deviation

$$\begin{aligned} \text{Co-efficient of S.D} &= \frac{\text{S.D}}{\text{Mean}} \\ &= \frac{13.88}{31.811} \\ &= 0.436 \end{aligned}$$

Co-efficient of standard Deviation = 0.436

प्रमाण विचलनाचे गुण

- (१) प्रमाण विचलन हे पद्मालेतील प्रत्येक पदाच्या अवलोकावर आधारित असतो. तसेच त्यावर गणिती प्रक्रिया करता येतात शिवाय त्याच्यावर मोठ्या व लहान संस्थांचा कमी परिणाम होतो म्हणून विचरण मोजण्याची ती सर्वात चांगली पद्धती मानली जाते.
- (२) प्रमाण विचलना शिवाय दुसऱ्या कोणत्याही पद्धतीने संयुक्त प्रमाण विचलन काढणे शक्य असते. प्रमाण विचलनाच्या मदतीने दोन किंवा दोन पेक्षा अधिक समुहाचे प्रमाण विचलन काढता येते.
- (३) दोन किंवा दोनपेक्षा अधिक समुहातील विचलनाची तुलना विचरणाचा गुणकाने करता येते. जो विचलन गुणांक प्रमाण विचलन व मध्य यावर आधारित असतो.
- (४) प्रमाण विचलनाचा अर्थ अतिशय स्पष्ट असल्यामुळे अर्थबोधनाच्या वेळी संशय निर्माण होत नाही.
- (५) विचलन माध्यामध्ये अवकाश शास्त्रीय दोष प्रमाण विचलनाने टाकला आहे.
- (६) प्रमाण विचलन हे सांख्यिकीय विश्लेषणाच्या दृष्टीने अतिशय महत्त्वाचे आहे. प्रमाण विचलनाचा उपयोग अनेक सांख्यिकीय प्रक्रियांसाठी केला जातो. उदाहरणार्थ, विषमता, सहसंबंध इत्यादी प्रक्रियात प्रमाण विचलनाचा उपयोग होतो.
- (७) प्रमाण विचलनात अनेक गणितीय वैशिष्ट्ये असल्यामुळे उच्च अभ्यासासाठी त्याचा उपयोग होऊ शकतो.

प्रमाण विचलनाचे दोष

- (१) विचलन मोजण्याच्या इतर पद्धतीपेक्षा ही पद्धती अधिक गुंतागुंतीची आहे. प्रमाण विचलनात जास्त आकडे मोड करावी लागते.
- (२) प्रमाण विचलन काढतांना विचलनाचा वर्ग घेतला जातो त्यामुळे मोठ्या संस्था मिळतात.
- (३) प्रमाण विचलनामध्ये आत्यंतिक पदांना जास्त महत्त्व दिले जाते. समांतर माध्याच्या जवळ असणाऱ्या पदाचे विचलन कमी असते.

६.२.४ लॉरेन्झ वक्र (Lorenz Curve)

प्रस्तावना

डॉ. मॅक्स लॉरेन्झ ह्या प्रसिद्ध सांख्यिकी अर्थशास्त्रज्ञाने अपकिरण मापनाची आलेखीय पद्धती शोधून काढली आहे. लॉरेन्झ यांनी संपत्ती आणि उत्पन्न यांच्या अभ्यासाकरिता त्यांनी प्रथम या पद्धतीचा उपयोग केला. या वक्राच्या सहाय्याने उत्पन्न आणि संपत्ती यातील तफावत मोजता येते. या वक्राचा इतर अभ्यासाकरिता देखील उपयोग होऊ शकतो. लॉरेन्झ वक्र हा संचित प्रमाण वक्र असतो. त्यात घटकाच्या प्रमाणाची बेरीज केली जाते. व त्याचबरोबर संपत्ती उत्पन्न नफा व उलाढाल यांच्याही प्रमाणाची संचित बेरीज केली आहे.

उद्देश

प्रत्येक देशात थोड्या लोकांच्या हातात फार मोठ्या प्रमाणात संपत्ती व जमीन एकवटलेली असते. आर्थिक क्षेत्रातील या प्रकारचे असंतुलन अभ्यासण्यासाठी 'लॉरेन्झ वक्राचा' उपयोग होतो. लॉरेन्झ वक्राने हे संतुलन

किती प्रमाणात आहे हे आलेख रूपाने समजते.

लॉरेन्झ वक्र कसा काढावा ?

- (१) प्रथम चलांच्या किमतींची व त्यांच्या वारंवारितांची संचित बेरीज करतात.
- (२) नंतर चलांच्या प्रत्येक संचित किमतीची एकूण बेरजेची शेकडेवारी काढतात.
- (३) त्याचप्रमाणे संचित वारंवारितेची एकूण वारंवारितेशी शेकडेवारी काढतात.
- (४) चलाची शेकडेवारी X अक्षावर व वारंवारितेची शेकडेवारी Y अक्षावर स्थापतात.
- (५) हे बिंदू सलग क्रमाने जोडतात. यास लॉरेन्झ वक्र म्हणतात.
- (६) आरंभ बिंदू व स्थापलेल्या बिंदूपैकी शेवटचा बिंदू सरळ रेषेने जोडतात.

समान वितरण रेषा

आरंभबिंदू व दिलेल्या आकडेवारीतील शेवटचा बिंदू (X अक्षावरील १०० टक्के व Y अक्षावरील १०० टक्के) जोडणाऱ्या सरळ रेषेस समान वितरण रेषा म्हणतात. या रेषेवरील प्रत्येक बिंदूच्या X व Y च्या किमती समान असतात. म्हणजेच या रेषेवर कोठेही वितरण समप्रमाणात असते. समजा, आपण संपत्ती व लोकसंख्या यांचा लॉरेन्झ वक्र काढला व समान वितरण रेषा काढली. समान वितरण रेषेवरील कोणताही बिंदू विशिष्ट टक्के लोकांच्या हाती तितकेच टक्के संपत्ती आहे हे दर्शवितो. उदा. X = २५ टक्के व Y = २५ टक्के हा बिंदू २५ टक्के लोकांच्या हाती २५ टक्के संपत्ती, X = ५० टक्के व Y = ५० टक्के हा बिंदू ५० टक्के लोकांच्या हाती ५० टक्के संपत्ती आहे असे दर्शवितो. परंतु, अशी स्थिती कोणत्याच देशात केव्हाच नसते. (अपवाद कम्युनिस्ट देश कारण तेथे संपत्ती सरकारी मालकीची असते.) सामान्यपणे लॉरेन्झ वक्र समान वितरण रेषेच्या काली असतो.

लॉरेन्झ वक्राचे अर्थसंशोधन

सामान्यपणे कोणत्याही गोपटीचे वितरण असमान असते. म्हणजेच लॉरेन्झ वक्र समान वितरण रेषेहून विचलीत झालेला असतो. लॉरेन्झ वक्र समान वितरण रेषेहून किती दूर गेला आहे. म्हणजे त्याचे किती विचलन झाले आहे. त्यावरून वितरण कितपत असमान आहे हे समजते. लॉरेन्झ वक्र समान वितरण रेषेच्या जवळ असेल तर वितरणातील असमानता कमी व जर दूर असेल तर असमानता अधिक असा त्याचा अर्थ असतो.

६.३ स्वयं अध्ययनासाठी प्रश्न

- (१) विचलन म्हणजे काय ते सांगून त्याचे महत्त्व सांगा.
- (२) विचलन मोजण्याच्या विविध पद्धती सांगा.
- (३) टिपा लिहा.
 - (१) विस्तार
 - (३) विस्ताराचे गुण दोष सांगा
- (४) खालील आकडेवारीवरून विस्तार काढा.
१००, १५०, २००, ३००, ५००, ६००
- (५) १०० कामगारांच्या दैनंदिन मजुरीचे वितरण खालीलप्रमाणे दिले आहे त्यावरून विस्तार मोजा.
दैनिक मजुरी रु. १०-२० २०-३० ३०-४० ४०-५०
कामगार २० ३० ३५ १५
- (६) सरासरी विचलन सोदाहरण सांगा.
- (७) प्रमाण विचलन पद्धतीचे गुण स्पष्ट करा.
- (८) प्रमाण विचलन व विचरणाचा गुणांक म्हणजे काय? ते स्पष्ट करा.
- (९) खालील माहितीच्या आधारे प्रमाण विचलन व त्यांचा गुणांक काढा.

गट	२०-३०	३०-४०	४०-५०	५०-६०	६०-७०	६०-७०	६०-७०
वारंवारिता	२	३	४	६	५	३	२

(१०) लॉरेन्झ वक्र म्हणजे काय? ते सांगून त्याचे गुण दोष सांगा.

६.४ सरांश

सामाजिक संशोधनात विचलनाचे विशेष महत्त्व आहे तसेच सांख्यिकीय संशोधन व सर्वेक्षणात विचलनाचे अनन्य महत्त्व आहे. मध्य आणि विचलन एक दुसऱ्याला पुरक आहेत. विचलनाशिवाय मुल्याला महत्त्व नसते. मध्याद्वारे फक्त सरासरी काढली जाते त्यात कधी कधी कमी प्राप्तांक असणारे घटक सुद्धा जास्त प्राप्तांक असणाऱ्या गटात येतात त्यामुळे अशा घटकासाठी ते माध्य भ्रामक ठरते परंतु विचलनामुळे विशिष्ट घटकाची वास्तविक स्थिती प्राप्त होते म्हणून तथ्यांची वास्तविक स्थिती व वस्तूनिष्ठ ज्ञान प्राप्तीसाठी विचलन महत्त्वपूर्ण ठरते. विचलन तथ्यांच्या एका क्षेत्रातील समानता, भिन्नता व स्थिर तत्वांना व्यक्त करते. सामाजिक संगटनांच्या व संस्थांच्या अध्ययनात समानता व भिन्नता याचे ज्ञान प्राप्त करणे आवश्यक असते व ते ज्ञान विचलन पद्धतीद्वारे प्राप्त करता येते. कोणत्याही समाजातील एकता, भिन्नता, नेतृत्वाचा कल कोणत्याही तथ्यांच्या भविष्यासंबंधीच्या अनुमानाच्या अध्ययनासाठी विचलनाचा उपयोग होतो अशा प्रकारे संशोधन कार्यात विचलनाचे विशेष महत्त्व प्राप्त होते.

६.५ पारिभाषिक शब्द, शब्दार्थ

Average	-	सरासरी (मध्य)
Anthemetic Mean	-	समांतर मध्य
Aagregate Method	-	समुच्चय पद्धती
Central Tendency	-	केंद्रिय प्रवृत्ती
Continuous series	-	सतत पदमाला
Commulative Frequency	-	संचित वारंवारिता
Current Year	-	प्रचलित वर्ष
Co-efficient	-	गुणांक
Classification	-	वर्गीकरण
Class Interval	-	गट अंतर
Class Limit	-	गट मर्यादा
Data	-	आकडेवारी
Dispersion or Variation	-	विचलना अपकरण
Deciline	-	दशमके
Deviation	-	विचलन
Frequency	-	वारंवारिता
Geometric Mean	-	भौमितीक मध्य
More than	-	च्या पेक्षा जास्त
Multi Stage	-	बहुस्तरीय
Mean	-	मध्य
Median	-	मध्यका / मध्यगा
Mode	-	बहुलक
Mid Value	-	मध्यमुल्य
Mean deviation	-	मध्य विचलन / सरासरी विचलन
Percentile	-	शतमक
Proportion	-	प्रमाण
Quortile	-	चतुर्थक

Quartile Deviation	-	चतुर्थक विचलन
Rate	-	दर
Ratio	-	प्रमाण
Range	-	विस्तार
Relative Method	-	सापेक्ष पद्धती
Statistic	-	सांख्यिकी
Series	-	मालिका
Standard Error	-	प्रमाण दोष
Standard Deviation	-	प्रमाणित विचलन
Variation	-	विचरण

६.५.१ Symbols

a	=	समांतर मध्य
assumed mean	=	गृहित मध्य
C.F	=	संचित वारंवारिता
C.V	=	विचरण गुणांक
dx	=	गृहितमध्यापासून विचलन
dx	=	चिन्हांचा विचार न करता घेतलेले विचलन
F	=	वारंवारिता
F0'	=	मराठी वारंवारिता
F ₁	=	आधीच्या गटाची वारंवारिता
F ₂	=	नंतरच्या गटाची वारंवारिता
G.M.	=	भौमितीक मध्य
S	=	गटातील लहान मूल्य
L	=	गटातील मोठे मूल्य
M	=	मध्यका
M.D.	=	मध्य विचलन
N	=	एकूण अवलोकनाची संख्या किंवा वारंवारितेची बेरीज (ΣF)
Q1 Q2 Q3	=	प्रथम, द्वितीय, तृतीय चतुर्थक
Q ₀	=	परिमाण निर्देशांक
Q.D	=	चतुर्थक विचलन
Y	=	सहसंबंध गुणांक
\bar{x}	=	समांतर गुणांक (X बार)
Z	=	बहुलक
Σ	=	ची बेरीज (समेशन)
δ	=	मध्य विचलन (डेल्टा)
σ	=	प्रमाण विचलन (सिग्मा)

६.६ संदर्भ सूची

- (१) पाटील वा भा. (२००३-०४) संशोधन पद्धती, पुणे, प्रशांत पब्लिकेशन, पृ.क्र. ३५४ ते ३६०..
- (२) खटाळ बी.जी (२०१२) 'सांख्यिकीय पद्धती' जळगाव, प्रशांत पब्लिकेशन, पृ.क्र. ९७ ते १२७
- (३) देशमुख राम (२०११) 'मूलभूत सांख्यिकी' नागपूर, विद्या प्रकाशन, पृ. क्र. १३७ ते १६०.

- (४) कुंभोजकर जी. व्ही (२०१०) 'अर्थशास्त्रीय संशोधन' कोल्हापूर, फडके प्रकाशन, पृ. क्र. २२७ ते २३२, २०१ ते २०४
- (५) निकोसे सत्यप्रकाश (२००७) संशोधन पद्धती, नागपूर प्रज्ञा प्रकाशन, पृ. क्र. ३१७ ते ३२५
- (६) बोधनकर सुधीर आणि अलोणी विवेक (२००७) 'सामाजिक संशोधन पद्धती' नागपूर, साईनाथ प्रकाशन, पृ. क्र. २२१ ते २४३
- (७) आगलावे प्रदीप (२०००) 'संशोधन पद्धतीशास्त्र व तंत्रे' नागपूर, विद्या प्रकाशन, पृ. क्र. ४१९ ते ४२९
- (८) पाटील गंगाधर वि. कायदे, नाशिक, चैतन्य पब्लिकेशन्स, पृ.क्र. २०.२० ते २०.२२



घटक ७
सहसंबंध आणि प्रतिगमन
(Correlation and Regression)

७.०	उद्दिष्टे
७.१	प्रस्तावना
७.२	विषय विवेचन
७.२.१	सहसंबंध म्हणजे काय?
७.२.२	सहसंबंधाचा अर्थ व व्याख्या
७.२.३	सहसंबंधाचे प्रकार
७.२.४	सहसंबंधाचे गुणधर्म
७.२.५	सहसंबंध विश्लेषण पद्धती
७.२.६	सहसंबंध विश्लेषणाचे महत्त्व
७.२.७	प्रतिगमन म्हणजे काय?
७.२.८	प्रतिगमनाचा अर्थ व व्याख्या
७.२.९	प्रतिगमनाचे प्रकार
७.२.१०	सहसंबंध आणि प्रतिगमन यातील फरक
७.२.११	प्रतिगमन विश्लेषणाचे महत्त्व किंवा आवश्यकता
७.२.१२	प्रतिगमन रेषा
७.२.१३	प्रतिगमन समिकरणे
७.२.१४	प्रतिगमनावरील काही उदाहरणे
७.३	स्वयं अध्ययनासाठी प्रश्न
७.४	सारांश
७.५	सरावासाठी प्रश्न
७.६	परिभाषिक शब्द
७.७	संदर्भ सूची

७.० उद्दिष्टे

सहसंबंधात फक्त दोन चलातील सहसंबंधाचा किंवा नात्याचा अभ्यास केला जात नाही तर त्या भिन्न चलातील सहसंबंधाच्या प्रमाणाचा विचार केला जातो. त्यामुळे सहसंबंध विश्लेषण हे एक तंत्र आहे की, ज्याच्या मदतीने चलातील सहसंबंधाची जवळीकता मोजली जाते. तर प्रतिगमन असे तंत्र आहे की, एका चलाची मूल्य दिली असतांना दुसरे अपेक्षित मूल्य माहित करता येते.

- (१) सहसंबंध व प्रतिगमन ह्या संकल्पनेचा अभ्यास करणे.
- (२) सहसंबंधाचा अर्थ व सहसंबंधाच्या प्रकाराचा अभ्यास करणे.
- (३) सहसंबंध गुणधर्माचे अध्ययन करणे.
- (४) सहसंबंध विश्लेषणाच्या ज्या पद्धती आहेत त्यातील गणितीय संबंध अभ्यासणे.
- (५) स्पिरामनचा क्रमांक (श्रेणी) सहसंबंध गुणोक्त प्रत्यक्ष व्यवहारात तपासणे.
- (६) सहसंबंध विश्लेषणाचे महत्त्व जाणून घेणे.
- (७) प्रतिगमनाचा अर्थ व प्रकार अभ्यासणे.

- (८) सहसंबंध आणि प्रतिगमन यातील संबंध लक्षात घेऊन अध्ययन करणे.
- (९) प्रतिगमन विश्लेषणाचे महत्व किंवा आवश्यकता अभ्यासणे.
- (१०) प्रतिगमन रेषा व प्रतिगमन समिरणाचा अभ्यास करणे.

७.१ प्रस्तावना (Introduction)

सामाजिक शास्त्रामध्ये तसेच नैसर्गिक शास्त्रामध्ये विविध घटकामध्ये परस्परसंबंध असल्याचे दिसून येते. दोन घटक कोणत्यातरी अर्थाने संबंधित असतात. यामध्ये निश्चित कोणत्या स्वरूपाचा सहसंबंध असतो हे जाणून घेण्यासाठी सहसंबंधाचा अभ्यास केला जातो. विभिन्न घटकातील परस्परसंबंध कशा प्रकारचा आहे. हे दर्शविण्यासाठी सहसंबंधाचा वापर केला जातो. अनेक घटक असे असतात की, ते एकमेकांवर अवलंबून असतात, तसेच ते एक दुसऱ्यासह असतात म्हणून तर त्यांच्यात सहसंबंध निर्माण होतो.

एका चलात होणाऱ्या बदलामुळे दुसऱ्या चलात जेव्हा बदल होतो तेव्हा त्या चलात सहसंबंध आहे असे आपण म्हणतो, उदाहरणार्थ : वस्तूच्या किंमतीत बदल झाला असता मागणीत बदल होतो, तसेच किंमतीत होणाऱ्या बदलामुळे वस्तूचा पुरवठा बदलतो. उत्पन्नात होणाऱ्या बदलामुळे उपभोग व चर्बत बदलते. अशा बदलांना दोन चलातील सहसंबंध म्हणतात. सहसंबंधात फक्त दोन चलातील सहसंबंधाचा किंवा नात्याचा अभ्यास केला जात नाही, तर भिन्न चलातील सहसंबंधाच्या प्रमाणाचा (degress) विचार केला जातो, भिन्न चलातील सहसंबंधाच्या प्रमाणाचा (Correlation Co-efficient) म्हणतात. त्यामुळे सहसंबंध विश्लेषण हे असे तंत्र आहे की, ज्याच्या मदतीने चलातील सहसंबंधाची जवळीकता मोजली जाते.

७.२ विषय विवेचन :

७.२.१ सहसंबंध म्हणजे काय ?

सहसंबंध म्हणजे दोन किंवा अधिक चलामध्ये सहसंबंधाच्या मात्राचे मापन होय. दोन चलामधील कोणते परस्परिक संबंध आहे त्या चलामधील कार्यकारण संबंध कोणते आहेत याचे विश्लेषण सहसंबंधाद्वारे केले जाते.

व्यवहारात कार्य करताना विविध घटकात किंवा चलात सहसंबंध दिसून येतो, जसे किंमत व मागणी, किंमत-पुरवठा, चलन पुरवठा-किंमत वगैरे, सहसंबंध विश्लेषण दोन किंवा दोनपेक्षा अधिक चलातील सहसंबंधाचे विश्लेषण करते पण त्यांच्यातील कारणांचे विवेचन करित नाही. सहसंबंध विश्लेषणाच्या मदतीने त्या चलातील सहसंबंधाचे प्रमाण एका संख्येत सांगितले त्याप्रमाणाला सहसंबंध गुणांक असे म्हणतात.

७.२.२ सहसंबंधाचा अर्थ व व्याख्या (Meaning and Definition of Correlatio) :

पुढील व्याख्येवरून सहसंबंधाचा अर्थ लक्षात येईल.

- १) ए. एम. टायटल : “दोन किंवा अधिक चलातील सहसंबंधाचे विश्लेषण करण्याचे माध्य म्हणजे सहसंबंध होय.”
- २) “An analysis of the co-variation of two or more variables is usually called correlation.”
इ. डव्हेनपोर्ट : सहसंबंधामध्ये चलातील परस्परसंबंध दर्शविले जातात. ते परस्परप्राप्ती किती प्रमाणात संबंधित आहेत, किमान ते सोबत बदलत असावे, याचे विवेचन केले जाते.
The whole subject of correlation refers to the interrelation between separate characters by which they tend, in same degree, atleast, to move together.
- ३) कार्ल पिअरसन : “दोन विषयातील परिणाम स्वरूपाच्या संबंधाला सहसंबंध असे म्हणतात.”
- ४) किंग : “सहसंबंध म्हणजे दोन समूह किंवा पदमाला यांच्यातील व्यक्त झालेला कार्यकारण संबंध होय.”
- ५) एल. आर. कॉनरच्या मते : “दोन घटकांतील बदलांचे असे प्रमाण की, एका घटकातील बदलामुळे दुसऱ्या घटकात बदल घडून येतात यास सहसंबंध असे म्हणतात.”
- ६) कोन्नर (Conner) : “जेव्हा दोन किंवा अधिक परिणाम सहानुभूतीमध्ये परिवर्तित होतात. ज्यामुळे एकातील परिवर्तन झाल्यास दुसऱ्यावर देखील परिवर्तन होते त्यास सहसंबंध असे म्हणतात.”

७.२.३ सहसंबंधाचे प्रकार (Types of Correlation) :

- (i) धन आणि ऋण सहसंबंध (Positive and Negative Correlation)
- (ii) रेषीय व अरेषीय सहसंबंध (Linear and Non-linear Correlation)
- (iii) साधा (सरळ), आंशिक व बहुचल सहसंबंध (Partial and Multiple Correlation)

(i) धन आणि ऋण सहसंबंध (Positive and Negative Correlation)

अ) धन सहसंबंध (Positive Correlation) :

भिन्न चलातील सहसंबंध धन आहे ऋण आहे हे त्या चलात होणाऱ्या बदलाच्या दिशेवरून (Direction) ठरते. जेव्हा भिन्न चलात होणारा बदल हा एकाच दिशेने होतो. तेव्हा त्यासहसंबंधास धन सहसंबंध असे म्हणतात. याचा अर्थ असा की, एका चलात वाढझाली असता दुसऱ्या चलातही वाढ होते किंवा एका चलात घट झाली असता दुसऱ्या चलातही घट होते.

ही संकल्पना खालील उदाहरणाच्या मदतीने स्पष्ट करता येते.

किंमत (रू.)	1	2	3	4	5
पुरवठा (नग)	10	12	15	18	20

वरील उदाहरणावरून हे स्पष्ट होते की, वस्तूच्या किंमती वाढ होताना पुरवठ्यात वाढ होत आहे व किंमतीत घट झाली असता पुरवठा कमी होत आहे.

ब) ऋण सहसंबंध (Negative Correlation) :

भिन्न चलात होणाऱ्या बदलाची दिशा जेव्हा विरुद्ध असते तेव्हा त्या चलातील सहसंबंधाला ऋण सहसंबंध असे म्हणतात. याचा अर्थ एका चलात वाढ झाली असता दुसऱ्या चलाच्या मूल्यात घट होते किंवा एका चलात घट झाली असता दुसऱ्या चलात वाढ होते. अर्थशास्त्रातील मागणीचा नियम हा ऋण सहसंबंधाचे उत्तम उदाहरण आहे. कारण किंमत आणि मागणी यांचा व्यस्त (Inverse) सहसंबंध असतो.

किंमत (रू.)	1	2	3	4	5
पुरवठा (नग)	10	08	06	04	02

याचाच अर्थ किंमतीत होणाऱ्या वाढीबरोबर वस्तूची मागणी कमी होते व किंमतीत घट झाली असता मागणीत वाढ होते.

(ii) रेषीय व अरेषीय सहसंबंध (Linear and Non-linear Correlation)

(A) रेषीय सहसंबंध :

रेषीय व अरेषीय सहसंबंध हा चलात होणाऱ्या बदलाच्या प्रमाणावरून ठरतो. भिन्न चलात होणाऱ्या बदलाचे प्रमाण जेव्हा स्थित (Constant) असते तेव्हा त्या चलातील सहसंबंध रेषीय असतो. उदाहरणार्थ :

X	1	2	3	4	5
Y	10	12	14	16	18

वरील उदाहरणात X आणि Y ह्या चलात होणाऱ्या बदलाचे प्रमाण स्थिर आहे म्हणजे (१:२) आहे.

अशा प्रकारचे मूल्य आलेखावर मांडले असता त्यांचा वक्र सरळ रेषेत असतो व अशा सहसंबंधाच्या गुणांकाचे उत्तर (१) एक असते. रेषीय सहसंबंधाचे दोन प्रकार पडतात. (a) धनरेषीय सहसंबंध, (b) ऋणरेषीय सहसंबंध.

(a) **धनरेषीय सहसंबंध** : भिन्न चलात होणाऱ्या बदलाची दिशा सारखी व स्थिर प्रमाणात असते. तेव्हा त्यास धनरेषीय सहसंबंध म्हणतात. पुढील उदाहरणाद्वारे संकल्पना स्पष्ट करता येईल.

उदाहरणार्थ :

X	1	2	3	4	5
Y	10	12	14	16	18

वरील उदाहरणात X चलात वाढ झाली असता Y चलात वाढ होते. शिवाय X आणि Y चलात होणाऱ्या बदलाचे प्रमाण १:२ असे स्थिर आहे. याचा अर्थ, दोन्ही चलात होणाऱ्या बदलाचे जे काही प्रमाण असते ते मात्र स्थिर असले पाहिजे. अशा सहसंबंध गुणांकाचे उत्तर +१ असते. तसेच धनरेषीय सहसंबंधाचा वक्र सरळ रेषेत व खालून वर जाणारा असतो. ते पुढील आकृतीत दर्शविले आहे.

(b) **ऋणरेषीय सहसंबंध** : जेव्हा दोन किंवा दोनपेक्षा अधिक चलात होणाऱ्या बदलाची दिशा जेव्हा विरुद्ध असते पण त्या चलात होणाऱ्या बदलाचे प्रमाण मात्र स्थिर असते. तेव्हा तो सहसंबंध ऋणरेषीय असतो. कारण चलात होणाऱ्या बदलाची दिशा विरुद्ध असल्यामुळे तो संबंध ऋण आहे व बदलाचे प्रमाण स्थिर असल्यामुळे तो रेषीय आहे. अशा सहसंबंध गुणांकाचे उत्तर (-१) असते.

उदाहरणार्थ :

X	१	२	३	४	५
Y	१०	०८	०६	०४	०२

वरील उदाहरणात X चलात वाढ झाली असता Y चलात घट होते. तर X चलात घट झाली असता Y चलाच्या मूल्यात वाढ होते. शिवाय X आणि Y चलात होणारा बदल प्रत्येक वेळी स्थिर आहे (१:२).

वरील आकृतीवरून सहसंबंधाचा वक्र वरून खाली व सरळ रेषेत येत असतो.

(B) **अरेषीय सहसंबंध** :

जेव्हा भिन्न चलात होणाऱ्या बदलाचे प्रमाण स्थिर नसते म्हणजेच ते बदलणारे असते तेव्हा ते अरेषीय सहसंबंध असतो. हा सहसंबंधसुद्धा दोन प्रकारचा असतो.

(१) **धन अरेषीय सहसंबंध**

धन अरेषीय सहसंबंध म्हणजे जेव्हा भिन्न चलात होणाऱ्या बदलाची दिशा सारखी असते पण त्या चलात होणाऱ्या बदलाचे प्रमाण स्थिर नसते म्हणजेच ते बदलणारे असते.

उदाहरणार्थ :

X	१	२	३	४	५
Y	१०	१२	१५	२०	२५

वरील उदाहरणावरून X चलात वाढ होताना Y चलाच्या मूल्यात वाढ होत आहे व X चलात घट झाली असता Y चलात घट होते, उदा. X चे मूल्य २ असताना Y मूल्य १५ होते. त्यामुळे हा सहसंबंध धन असतो पण

X आणि Y चलात होणाऱ्या बदलाचे प्रमाण स्थिर नाही. म्हणून त्यांच्यातील संबंध अरेषीय आहे. अशा सहसंबंध गुणांकाचे उत्तर 0 पेक्षा जास्त व +१ पेक्षा कमी असते.

(२) ऋण अरेषीय सहसंबंध :

भिन्न चलात होणाऱ्या बदलाची दिशा जेव्हा विरुद्ध असते. तसेच त्यांच्यातील बदलाचे प्रमाण हे बदलते असते तेव्हा तो ऋण अरेषीय सहसंबंध असतो. हे पुढील उदाहरणाद्वारे दर्शविले आहे.

X	१	२	३	४	५
Y	१०	९	७	४	२

वरील उदाहरणात X आणि Y चलात होणारा बदल विरुद्ध आहे, तसेच X आणि Y चलात होणाऱ्या बदलाचे प्रमाण सातत्याने बदलणार (१:१, १:२, १:३) आहे. अशा सहसंबंध गुणांकाचे उत्तर 0 ते -१ च्या दरम्यान असते.

आकृतीवरून अशा सहसंबंधाचा वक्र वरून खाली उतरणारा असतो, पण सरळ रेषेत नसतो.

(iii) साधा (सरळ), आंशिक व बहुचल सहसंबंध (Partial and Multiple Correlation)
सहसंबंध विवेचनातील चलांच्या संख्येवरून सहसंबंधाचा हा प्रकार विशद केला जातो.

(A) साधा सहसंबंध (Simple Correlation) :

जेव्हा एकाच वेळी दोनच चलाचा विचार करून सहसंबंध लक्षात घेतला जातो तेव्हा तो साधा सहसंबंध (Simple Correlation) असतो. उदाहरणार्थ किंमत व मागणी इत्यादी साधा सहसंबंध सुद्धा विविध प्रकारचा असतो. (i) धन साधा सहसंबंध, (ii) ऋण साधा सहसंबंध, (iii) रेषीय साधा सहसंबंध, (iv) अरेषीय साधा सहसंबंध, (v) शून्य साधा सहसंबंध.

(B) आंशिक सहसंबंध (Partial Correlation) :

आंशिक सहसंबंधामध्ये दोन पेक्षा अधिक चले असतात. तेथे तिसऱ्या चलाचा प्रभाव स्थिर असतो असे गृहित धरून विश्लेषण केले जाते.

(C) बहुगुण (बहुचल) सहसंबंध (Multiple Correlation) :

बहुगुण सहसंबंधामध्ये दोन किंवा त्यापेक्षा अधिक चलामधील सहसंबंधाचे विवेचन केले जाते. यासर्व चलाचा एकत्रित परिवर्तनाचा अभ्यास केला जातो.

७.२.४ सहसंबंधाचे गुणधर्म :

- १) सहसंबंध विश्लेषण हे दोन किंवा अधिक घटनांच्या सहपरिवर्तनाच्या घनिष्ठतेचे परिक्षण करते.
- २) एखाद्या चलात ज्या दिशेने फेरबदल होतो त्याच दिशेने संबंधित चलात फेरबदल होत असेल तर त्यांच्यातील संबंधात धनात्मक सहसंबंध असे म्हणतात.
- ३) एखाद्या चलात वाढ किंवा घट झाल्यामुळे संबंधित चलात घट किंवा वाढ होत असेल तर दोन्ही चलात ऋणात्मक सहसंबंध आहे असे म्हणतात.
- ४) सहसंबंध गुणाकाराचे उत्तर -१ ते +१ च्या दरम्यान असते.
- ५) जेव्हा सहसंबंध गुणांक (y) हा शून्य असेल तेव्हा त्यास सहसंबंध गुणांकाचा अभाव आहे असे म्हणतात. म्हणजेच
- ६) कार्ल पिअरसन याचा सहसंबंध गुणक हा संख्यात्मक स्वरूपाचा असल्यामुळे दोन घटकातील सहसंबंधाची योग्य व निश्चित कल्पना त्यामुळे मिळू शकते.

- ७) सहसंबंधामुळे दोन घटकांची संख्यात्मक वस्तुस्थिती लक्षात येत अल्यामुळे तौलनिक अभ्यास करून योग्य तो निर्णय घेता येतो.
- ८) सहसंबंध गुणांकामुळे दोन गोष्टीमधील पदाच्या प्रवृत्तीची योग्य कल्पना येऊ शकते.
- ९) X आणि Y चलाच्या प्रमाणात (Scale) मध्ये काहीही बदल झाला तरी सहसंबंध गुणांकात बदल होत नाही.
- १०) दोन प्रतिगमन गुणांकाचा भौमितिक माध्य म्हणजे सहसंबंध गुणांक होय. कारण असतो.

७.२.५ सहसंबंध विश्लेषण पद्धती (Correlation Analysis Methods) :

सहसंबंध दर्शविणाऱ्या विविध पद्धती आहेत. त्यातील काही पद्धती आलेखाशी निगडित असून काही गणितीय पद्धती आहेत. या पद्धती पुढीलप्रमाणे...

- १) विक्षेप आकृती पद्धती
- २) बिंदू रेखा सहसंबंध आलेख पद्धती
- ३) संगामी (संपाती) विचलन पद्धती
- ४) कार्ल पिअरसनचा सहसंबंध गुणांक
- ५) स्पिरमनचा क्रमांक (श्रेणी) सहसंबंध गुणांक.

१) विशेष आकृती पद्धती (Scatter Diagram Method) :

दोन चलामधील सहसंबंध दर्शविण्यासाठी दोन पदमालातील अंक आलेख पत्रावर बिंदूच्या स्वरूपात मांडले जातात. X व Y अक्षावर संबंधित चले दर्शविले जातात. पदमालेतील अवलोकनानुसार प्रत्येक जोडी आलेख पत्रावर बिंदूच्या स्वरूपात दर्शविली जाते. अवलोकनाच्या संख्येनुसार विविध जोड्याचे बिंदू आपोआ आलेख पत्रावर येतील. आलेख पत्रावर त्यांचे विखुरणे कशा स्वरूपाचे असेल त्यावर सहसंबंध ठरविता येतो. हे बिंदू सरळ रेषेत असतील तसेच डावीकडून उजवीकडे वरवर जाणारे असतील तर दोन पदमालामध्ये धनात्मक सहसंबंध आहे असा निष्कर्ष काढला जाईल. याउलट हे बिंदू डावीकडून उजवीकडे परंतु खाली असतील तर दोन पदमालामध्ये ऋणात्मक सहसंबंध आढळतो. अर्थात असा सहसंबंध हे बिंदू उगम बिंदूतून म्हणजे ४५ अंश कोनाशी निगडित असतील तर दिसून येतो.

जर दोन पदमालाशी निगडित हे बिंदू X अक्ष व Y अक्ष यांच्याशी असलेल्या मध्य बिंदूपासून दूर जाणारे असतील तर सहसंबंधाचा अभाव जाणवतो. परिणामी येथे सहसंबंध गुणक शून्य राहिल. तर या पूर्वीच्या विवेचनानुसार सहसंबंध गुणक -१ ते +१ या दरम्यान राहिल.

२) बिंदू रेखा सहसंबंध आलेख पद्धती (Graph Method) :

या पद्धतीत दोन पदमालाकरिता असलेला दोन भिन्न चलाकरिता दोन स्वतंत्र वक्र (Curve) आलेख पत्रावर काढले जातात. दोन्ही वक्र एकाच दिशेने वर जाणारे किंवा खाली येणारे असतील तर पदमालामध्ये धनात्मक सहसंबंध आढळतो. याउलट दोन्ही वक्र परस्पर विरुद्ध दिशेने जाणारे असतील तर त्या पदमालामध्ये म्हणजे चलामध्ये ऋणात्मक सहसंबंध आहे असा निष्कर्ष काढला जाईल.

३) संगामी (संपाती) विचलन पद्धती (Concurrent Deviation Method) :

जेव्हा भिन्न चलात होणाऱ्या X आणि Y बदलाच्या दिशेतील (Directive) सहसंबंध शोधला जातो. तेव्हा त्यास संगामी (संपाती) सहसंबंध (Concurrent Correlation) असे म्हणतात. यासाठी जी पद्धती उपयोगात आणली जाते तिला संपाती विचलन पद्धती (Concurrent Deviation Method) असे म्हणतात. त्यासाठी खालील सूत्राचा उपयोग केला जातो.

सूत्र :

येथे : $r =$ संगामी विचलन गुणक

$c =$ संगामी विचलने असलेल्या जोडाची संख्या

$n =$ अवलोकनाच्या एकूण जोड्याची संख्या १ ने कमी इतकी

४) कार्ल पिअरसनचा सहसंबंध गुणांक :

सहसंबंध गुणांक माहित करण्याच्या विविध पद्धती आहेत. साधा सहसंबंध गुणांक हा (γ) ह्या इंग्रजी अक्षरांनी दर्शविला जातो. कार्ल पिअरसन यांनी सहसंबंध गुणांक काढण्याची अत्यंत शास्त्री पद्धती शोधून काढली. त्यामुळे त्यांच्याच नावाने ही पद्धती ओळखली जाते. ही पद्धती गणितीय असून त्याद्वारे सहसंबंध दर्शविणारा ठराविक अंक प्राप्त होतो. यातून सहसंबंधाची प्रवृत्ती व मर्यादा या दोन्ही बाबी स्पष्ट करता येतात. सहसंबंध गुणांक हा नेहमी -1 ते $+1$ या दरम्यान असतो.

कार्ल पिअरसन यांचा सहसंबंध गुणांक काढण्यासाठी दोन पद्धतींचा अवलंब केला जातो. (अ) प्रत्यक्ष पद्धती, (ब) लघू पद्धती.

अ) प्रत्यक्ष पद्धती (Direct Method) :

या पद्धतीनुसार सहसंबंध गुणांक काढण्यासाठी पुढील प्रक्रिया पार पाडावी लागते.

- १) पदमालांना अनुक्रमे 'x' व 'y' नावे देणे.
- २) दोन्ही पदमालासाठी समांतर माध्य (a) शोधून काढणे.
- ३) दोन्ही पदमालासाठी प्राप्त झालेल्या समांतर माध्यापासून विचलने काढून त्यांचे वर्ग करून त्यांची बेरीज करणे व प्राप्त करणे.
- ४) x व y विचलनाचा गुणाकार करून त्यांची बिजगणितीय बेरीज (Σxy) करणे.
- ५) साधी मालिका पद्धतीनुसार दोन्ही पदमालासाठी प्रमाण विचलन () काढणे.
- ६) खालील सूत्राचा वापर करून सहसंबंध गुणांक (γ) काढणे.
- १) सूत्र

$$\gamma = \text{सहसंबंध गुणांक}$$

$\Sigma xy =$ दोन्ही पदमालासाठी समांतर माध्यापासून काढलेल्या विचलनांचा गुणाकार करून त्यांची बिजगणितीय बेरीज.

$$\sigma_x = x \text{ पदमालेसाठी प्रमाण विचलन.}$$

$$\sigma_y = y \text{ पदमालेसाठी प्रमाण विचलन.}$$

$$N = \text{अवलोकनाची संख्या.}$$

वरील सूत्रात प्रमाण विचलन वगेळे काढावे लागते. परंतु प्रमाण विचलन सूत्रातच समाविष्ट करून सहसंबंध गुणांक काढता येईल असे सूत्र वापरता येईल ते पुढीलप्रमाणे आहे.

- २) सूत्र

$\Sigma xy =$ दोन्ही पदमालासाठी समांतर माध्यापासून काढलेल्या विचलनांचा गुणाकार करून त्यांची बिजगणितीय बेरीज करणे.

$$\Sigma x^2 = x \text{ पदमालेसाठी प्रमाण विचलन.}$$

$$\Sigma y^2 = y \text{ पदमालेसाठी प्रमाण विचलन.}$$

$$N = \text{अवलोकनाची संख्या.}$$

१) x आणि y चलातील सहसंबंध गुणांक माहिती करा.

x	1	2	3	4	5		
y	10	12	14	16	18		
		x	x^2	y	y^2		
x	y						xy
1	10	-2	4	-4	16		8
2	12	-1	1	-2	04		2
3	14	0	0	0	0		0
4	16	1	1	2	04		2
5	18	2	4	4	16		8
15	70	0	Σx^2	0	Σy^2		20
			= 10		=40		

कृती (Solution) :

- १) x प्रथमपदमालचे निश्चित मध्य माहित करा.
- २) तशाच प्रकार y पदमालेचे निश्चित मध्ये माहित करा.
- ३) x च्या निश्चित मध्यापासून विचलन घेऊन $()$ किंवा x काढा.
- ४) y च्या निश्चित मध्यापासून विचलन घेऊन किंवा y काढा.
- ५) मिळालेल्या विचलनाचे वर्ग करा.
- ६) xy म्हणजे x आणि y च्या विचलनाचा गुणाकार करा.
- ७) मिळालेल्या किंमती γ च्या सूत्रात ठेवा व उत्तर काढा.
- ८) शेवटी γ म्हणजे सहसंबंध गुणांक होय.

(२) x आणि y चलातील सहसंबंध गुणांक माहिती करा.

x_1	1	2	3	4	5		
x_2	10	12	14	12	10		
		x_1	x_1^2	x_2	x_2^2		
x_1	x_2			x_1x_2			
1	10	-2	4	-4	16		8
2	12	-1	1	-2	04		2
3	14	0	0	0	0		0
4	12	1	1	-2	04		-2
5	10	2	4	-4	16		-8
15	58	0	10	-12	40		0

- (३) खालील दिलेल्या संख्येमधून कार्ल पिअरसनचा सहसंबंध गुणांक काढा. (Calculate the Karl Pearson's coefficient for the following data.)

x	1	3	4	5	7	8	10
y	2	6	8	10	14	16	20
		x	x^2	y	y^2		
x	y			xy			
1	2	-4	16	-8	64	32	
3	6	-2	04	-4	16	08	
4	8	-1	01	-2	04	02	
5	10	0	0	0	0	0	
7	14	2	04	4	16	08	
8	16	3	09	6	36	18	
10	20	5	25	10	100	50	
38	76	=3	59	=6	236	118	

- (४) खालील आकडेवारीवरून कार्ल पिअरसन यांचा सहसंबंध गुणांक काढा. (Calculate the Karl Pearson's Coefficient of correlation of the following data.)

A	44	46	46	48	52	54	54	6	60	60
B	36	40	42	40	42	44	46	48	50	52
		dx	dx^2	dy	dy^2					
x	y					xy				
44	36	-8	64	-6	36	48				
46	40	-6	36	-2	04	12				
46	42	-6	36	0	0	0				
48	40	-4	16	-2	04	08				
52	45	0	0	0	0	0				
54	44	2	04	2	04	04				
54	46	2	04	4	16	08				
56	48	4	16		36	24				
60	50	8	64	8	64	64				
60	52	8	64	10	100	80				
520	440	0	304	20	264	248				

सूत्राद्वारे

(४) कार्ल पिअरसन यांचा सहसंबंध गुणांक :

लघू पद्धती (Short Cut Method) :

प्रत्येक पदमालेसाठी समांतर माध्य पूर्णाकात प्राप्त होईल याची खात्री देता येत नाही. समांतर माध्य अपूर्णाकात प्राप्त झाले तर त्यापून विचलने काढून त्यांचे वर्ग करणे हे अतिशय गुंतागुंतीचे असते. यावर उपाय म्हणून लघू पद्धतीचा अवलंब करणे श्रेयस्कर ठरते. येथे काल्पनिक माध्यपासून विचलने श्रेयस्कर ठरते.

त्यामुळे पुढील सूत्राच्या मदतीने गुणांक काढताना चलाचा निश्चित मध्य माहित करण्याची आवश्यकता नसते. म्हणजेच आपण गृहित मध्याच्या मदतीने सुद्धा गुणांक काढू शकतो. त्यासाठी खालील सूत्राचा उपयोग करावा.

सूत्र

वरील सूत्राच्या मदतीने गुणांक काढताना खालील उत्पाद (Product) माहित करा.

γ = सहसंबंध गुणांक

$\Sigma dx = x$ चलाच्या गृहित मध्यापासून घेतलेल्या विचलनाची बेरीज

$\Sigma dx^2 = x$ चलाच्या गृहित मध्यापासून घेतलेल्या विचलनाच्या वर्गाची बेरीज

$\Sigma dy = y$ चलाच्या गृहित मध्यापासून घेतलेल्या विचलनाची बेरीज

$\Sigma dy^2 = y$ चलाच्या गृहित मध्यापासून घेतलेल्या विचलनाच्या वर्गाची बेरीज

$\Sigma dx dy = x$ आणि y चलाच्या विचलनाच्या गुणाकाराची बेरीज म्हणजेच dx आणि dy च्या गुणाकाराची बेरीज होय.

वरील सूत्र खालीलप्रमाणे सुद्धास लिहिले जाते.

१) खालील माहितीच्या आधारे सहसंबंध गुणांक माहित करा आणि संभाव्य दोष काढून संभाष्य मर्यादा तपासा.

x	50	51	52	48	49	50	55	45	46	50
y	25	24	27	30	30	28	32	35	30	26
x	y	dx (50)	dx ²	dy (30)	dy ²	dx dy				
50	25	0	0	-5	25	0				
51	24	1	1	-6	36	-6				
52	27	2	4	-2	04	-6				
48	30	-2	4	0	00	0				
49	30	-1	1	0	00	0				
50	28	0	0	-2	04	0				
55	32	5	25	2	04	10				
45	35	-5	25	5	25	-25				
46	30	-4	16	0	00	0				
50	26	0	0	-4	16	0				
		$\Sigma dx -4$	$\Sigma dx^2 76$	$\Sigma dy -13$	$\Sigma dy^2 119$	$\Sigma dx dy -27$				

कपुढील सूत्राच्या उपयोगासाठी खालील उत्पाद (product) माहित करा.

Σdx , Σdy , Σdx^2 , Σdy^2 , $\Sigma dx dy$

$\Sigma dx = -24$

$$\begin{aligned}\Sigma dy &= -13, \\ \Sigma dx^2 &= 76 \\ \Sigma dy^2 &= 119 \\ \Sigma dx dy &= -27\end{aligned}$$

सूत्राची मांडणी करून

सूत्रात किंमती ठेवून पुढीलप्रमाणे सोडविता येईल.

संभाव्या दोष (Probable Error) काढा ?

पुढीलप्रमाणे सूत्राची मांडणी करून

0.6745 = स्थिर मूल्य आहे.

γ = सहसंबंध गुणांक

N = घटकांची संख्या

सूत्रात किंमती ठेवून

संभाव्य दोष मर्याद

$$\begin{aligned}(A) &= \gamma + P.E. \\ &= -0.36 + 0.18 \\ &= -0.18\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(B) &= \gamma - P.E. \\ &= -0.36 - 0.18 \\ &= -0.54\end{aligned}$$

२) पुढील माहितीच्या आधारे सहसंबंध गुणांक काढा.

$$\Sigma dx = 28$$

$$\Sigma dy = 410$$

$$\Sigma dx^2 = -21$$

$$\Sigma dy^2 = 413$$

$$\Sigma dx dy = 15$$

$$N = 10$$

Solution :

सहसंबंध काढताना पुढील सूत्राचा वापर करू या.

सूत्रात किंमती ठेवून पुढीलप्रमाणे सोडविता येईल.

३) पती पत्नीच्या वयाच्या सहसंबंध गुणांक काढा.

पतीचे वय	30	32	34	35	37	38	40	42	44	पत्नीचे
वय	22	25	27	28	29	30	31	32	33	

Solution :

x	dx (37)	dx^2	y	dy (29)	dy^2	$dx dy$
30	-7	49	22	-7	49	49
32	-5	25	25	-4	16	20
34	-3	09	27	-2	04	06
35	-2	04	28	-1	01	02
37	0	0	29	0	0	0
38	1	01	30	1	01	01
40	3	09	31	2	04	06
42	5	25	32	3	09	15
44	7	49	33	4	16	28
$N = 9$	-1	171	$N = 9$	-4	16	127

सहसंबंध काढताना पुढील सूत्राचा वापर करू...

दिलेल्या किंमती सूत्रात ठेवून...

$$\Sigma dx = -1$$

$$\Sigma dx^2 = 171$$

$$\Sigma dy = -4$$

$$\Sigma dy^2 = 100$$

$$\Sigma dx dy = 127$$

$$N = 9$$

Solution :

४) खालील तक्त्यात विद्यार्थ्यांची उंची व वजन दिलेले आहे. त्याद्वारे उंची आणि वजन यांच्यातील सहसंबंध गुणांक काढा. तसेच संभाव्य दोषा काढा.

उंची	57	59	62	63	64	65	58	66	70	72
वजन	113	117	126	125	130	128	110	132	140	149

Solution :

x	y	dx (37)	dx ²	dy (29)	dy ²	dx dy
57	113	-7	49	-17	289	119
59	117	-5	25	-13	169	65
62	126	-2	04	-4	16	8
63	125	-1	01	-5	25	5
64	130	00	00	00	00	00
65	128	1	01	-2	04	-2
58	110	-6	36	-20	400	120
66	132	2	04	2	04	4
70	140	6	36	10	100	60
72	149	8	64	19	361	152
N = 10	N = 10	$\Sigma dx -4$	$\Sigma dx^2 220$	$\Sigma dy -30$	$\Sigma dy^2 1368$	$\Sigma dx dy 531$

वरील तालिकेवरून किंमती मिळतील दिलेल्या किंमती सूत्रात ठेवून...

$$\Sigma dx = -4$$

$$\Sigma dx^2 = 220$$

$$\Sigma dy = -30$$

$$\Sigma dy^2 = 1368$$

$$\Sigma dx dy = 531$$

$$N = 10$$

सहसंबंध काढताना पुढील सूत्राचा वापर करू...

Solution :

संभाव्य दोष काढा
सूत्रानुसार

0.6745 = स्थिर मूल्य आहे.

γ = सहसंबंध गुणांक

N = घटकांची संख्या

सूत्रात किंमती ठेवून
संभाव्य दोष मर्याद

$$(A) = -0.98 + 0.0084$$

$$(B) = -0.98 - 0.0084$$

$$= -0.9716$$

५) क्रमांश (श्रेणी) सहसंबंध गुणांक (Rank Correlation Coefficient) :

कार्ल पिअसन्चा सहसंबंध गुणांक हा स्वभाविक वितरणावर (Normal Distribution) आधारित आहे. तसेच जेव्हा एखाद्या प्रश्नाची माहिती ही संख्यात्मक उपलब्ध नसते. म्हणजेच ती गुणात्मक असते. उदाहरणार्थ कार्यक्षमता, प्रामाणिकता, बुद्धीमत्ता तसेच फॅशन स्पर्धा, सौंदर्य स्पर्धा, चित्रकला स्पर्धा यासारख्या स्पर्धाकरिता अनेक परिक्षक गुणदान करतात. याच्यामध्ये किती मतेक्य आहे हे विशद करण्यासाठी श्रेणी (क्रमांक) पद्धती उपयुक्त ठरते. अशा परिस्थितीत क्रमांक सहसंबंध उपयोगी पडतो. क्रमांक सहसंबंधाचा अभ्यास सर्वप्रथम १९०४ मध्ये चार्लस एजवर्थ स्पिरमन् याने केला.

अशा वेळी मोठ्या मूल्याला पहिला क्रमांक किंवा सर्वात लहान मूल्याला पहिला क्रमांक म्हणजे एक व त्यापुढील क्रमांक दिले जातात आणि मूल्यांना क्रमांक देऊन जेव्हा सहसंबंध शोधला जातो त्यास क्रमांक सहसंबंध गुणांक (Rank Correlation Co-efficient) असे म्हणतात.

क्रमांक सहसंबंध गुणांकाचे सूत्र पुढीलप्रमाणे आहे.

$\gamma =$ क्रमांक सहसंबंध गुणांक

ΣD^2 A = दोन पदमालेतील विविष्ट क्रमांकाच्या फरकाचा वर्ग करून त्यांची बेरीज करणे.

N = अवलोकनाची संख्या

क्रमांक सहसंबंध गुणांक काढण्यासाठी दोन पद्धतीचा वापर केला जातो.

१) क्रमांक दिलेला असताना सहसंबंध गुणांक काढणे.

२) क्रमांक दिलेले नसताना सहसंबंध गुणांक माहित करणे.

(अ) क्रमांक दिलेले असताना सहसंबंध गुणांक काढणे.

१) उदाहरणार्थ : एका कारखान्यातील दहा कामगारांच्या गटाला त्यांच्या कार्यक्षमतेनुसार दोन भिन्न न्यायाधिकांनी क्रमांक दिलेले असताना त्या क्रमांकानुसार सहसंबंध गुणांक माहित करा.

कामगारांचे नाव	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
न्यायाधिश -१	4	8	6	7	1	3	2	5	10	9
न्यायाधिश -२	3	9	6	5	1	2	4	7	8	10

Solution :

Workers	R1	R2	R1-R2 = D	D ²
A	4	3	1	1
B	8	9	-1	1
C	6	6	0	0
D	7	5	2	4
E	1	1	0	0
F	3	2	1	1
G	2	4	-2	4
H	5	7	-2	4
I	10	8	2	4
J	9	10	-1	1
N = 10				$\Sigma D^2 = 20$

ब) क्रमांक दिलेले नसतांना सहसंबंध गुणांक माहित करणे :

काही प्रश्नात आपणास प्रत्यक्ष आकडेवारी दिलेली असते. म्हणजे क्रमांक (Rank) दिलेले नसतात. अशा परिस्थितीत आपणास क्रमांक द्यावे लागतात. क्रमांक देताना सर्वात मोठ्या मूल्याला १ क्रमांक व त्यानंतरच्या मूल्यांना २, ३, ४ वगैरे क्रमांक दिले जातात किंवा सर्वात लहान मूल्याला १ व नंतर येणाऱ्या मूल्यांना २, ३, ४ याप्रमाणे क्रमांक दिले जातात. क्रमांक देताना एका चलाला ज्या नियमांनी क्रमांक दिले त्याच क्रमाने दुसऱ्या चलालासुद्धा क्रमांक दिले जावेत. थोडक्यात सर्व चलंसाठी एकच नियम पाळला पाहिजे.

जेव्हा केव्हा दिलेल्या चलातील काही मूल्य दोन किंवा दोनपेक्षा अधिक वेळा त्याची पुनरावृत्ती झालेली असेल तर उदाहरणार्थ पुढील उदाहरणात y चलाचे ४५ हे मूल्य दोनवेळा आलेले आहे. तेव्हा त्या मूल्यांना देण्यात येणाऱ्या क्रमांकाची सरासरी लक्षात घ्यावी (उदा. $१+२ = १.५$) अशा प्रकारे एखादे मूल्य तीन वेळा आले तर हाच नियम वापरावा.

१) खालील दिलेल्या संख्येमधून स्पिरस्न क्रमांक (श्रेणी) गुणांक काढा.

x	48	35	17	23	47
y	45	20	40	25	45

Solution :

x	y	R1	R2	R1-R2 = D	D ²
48	45	1	1.5	-0.5	0.25
35	20	3	5	-2	4
17	40	5	3	2	4
23	25	4	4	0	0
47	45	2	1.5	-0.5	0.25
N = 5	N = 5				$\Sigma D^2 = 8.5$

२) खालील दिलेल्या संख्येमधून कार्ल स्पिरस्नचा सहसंबंध गुणांक काढा.

x	20	25	30	35	40	45	50	55	60
y	16	20	23	25	33	38	46	50	55

Solution :

x	y	R1	R2	R1-R2 = D	D ²
20	16	9	9	0	0
25	20	8	8	0	0
30	23	7	7	0	0
35	25	6	6	0	0
40	33	5	5	0	0
45	38	4	4	0	0
50	46	3	3	0	0
55	50	2	2	0	0
60	55	1	1	0	0
N = 9					$\Sigma D^2 = 0$

७.२.६ सहसंबंध विश्लेषणाचे महत्व (Importance of correlation Analysis) :

- १) सैद्धांतिक दृष्ट्या अनेक बाबी परस्परंशी संबंधित असतात. त्याचे परावलंबित्व कशा स्वरूपाचे आहे याची तिव्रता तपासण्याकरिता सहसंबंधाचा अभ्यास महत्वपूर्ण ठरत असतो.
- २) व्यवहारिक पातळीवर प्रत्येक व्यक्ती नफा-तोटा यासंबंधी जागरूक असतो. देन चलातील सहसंबंध समजल्यास व्यवहारिक स्तरावर निर्णय घेणे सुलभ होते. उदा. किंमत व मागणी यात व्यस्त संबंध असल्यामुळे वाढत्या किंमतीच्या परिस्थितीत ग्राहक मागणीत घट करतो. ज्यामुळे त्याचे नुकसान कमी होते. याउलट किंतीकमी झाल्यास मागणीत वाढ केली जाईल. याठिकाणी त्याचा फायदा होतो. सहसंबंधाचे ग्राहकांना ज्ञान असल्यास निर्णय घेताना उपयोग होत असतो.
- ३) सहसंबंधाद्वारे योग्य उपाययोजना करता येतात. उद्योगसंस्था आजारी पडण्याची अनेक कारणे असू शकतात. त्या कारणाचा शोध घेऊन सहसंबंधाच्या मदतीने योग्य धोरण निश्चित करता येईल. त्यामुळे योग्य ते नुकसान टाळता येईल.
- ४) सामाजिक शास्त्राप्रमाणे नैसर्गिक शास्त्रात देखील सहसंबंधाचा विशेष उपयोग होतो. वैद्यकशास्त्र, औषधनिर्माणशास्त्र, रसायनशास्त्र व पर्यावणशास्त्र या शास्त्रांचे अनेक विभाग हे सहसंबंधाशी संबंधित आहेत. सहसंबंधाच्या आधारे काही महत्वाच्या समस्यांचा अभ्यास करता येईल.

७.२.७ प्रतिगमन/समाश्रयण म्हणजे काय ?

प्रतिगमन हे एक असे सांख्यिकी तंत्र आहे, ज्याच्या मदतीने आपण का चलाची मूल्ये दिली असताना त्याच्या मदतीने दुसऱ्या चलाचे माहित नसणारे किंवा अपेक्षित मूल्य (Expected Value) माहित करता येते. प्रतिगमनात दोन चलातील सरासरी बदल स्पष्ट केला जातो. तसेच त्याच्या मदतीन अंदाज वर्तविता येतो.

प्रतिगमन या तंत्राचा उपयोग सर्वप्रथम १८७७ मध्ये सर, फॉसिस गॅल्टन (Francis Galton) यांनी केला. प्रतिगमनाच्या एका अभ्यासात त्यांनी १००० पित्यांच्या व त्यांच्या मुलांच्या उंचीचा अभ्यास केला. त्यात त्यांना असे आढळून आले की, उंच पित्यांची मुले उंच असतात तर बुटक्या व्यक्तींची मुले बुटकी असतात. तसेच उंच पित्यांच्या मुलांची उंची पित्यांच्या उंचीपेक्षा कमी असते तर बुटक्या पित्यांच्या मुलांची सरासरी उंची ही पित्यांच्या उंचीपेक्षा जास्त असते. अलीकडच्या काळात अपेक्षित मूल्य माहित करण्यासाठी किंवा अंदाज वर्तविण्यासाठी या तंत्राचा मोठ्या प्रमाणावर वापर होत आहे.

प्रतिगमन तंत्राचा उपयोग सर्वच सामाजिक, नैसर्गिक शास्त्रात होत असतो. अर्थशास्त्र हे एक सामाजिक शास्त्र असल्यामुळे त्याचा उपयोग अर्थशास्त्रात सुद्धा होतो. उदाहरणार्थ (x) मागणी (y) या चलात अतिशय जवळचा संबंध असतो. त्यामुळे x चलात झालेला बदल माहित झाला तर y चलात होणारा अपेक्षित बदल माहित करता येतो. तसेच कर आणि वस्तूच्या किंमती याचाही जवळचा संबंध असतो. त्यामुळे करात होणाऱ्या बदलामुळे वस्तूच्या किंमतीत काय बदल होऊ शकतो. याचा अंदाज वर्तविता येतो. त्यामुळे प्रतिगमन तंत्राचा उपयोग अर्थशास्त्र, सरकार, व्यापारी ह्या सर्वांना होतो. तसाच तो इतर सामाजिकशास्त्रे, पदार्थविज्ञान व नैसर्गिक शास्त्रे यांना सुद्धा होतो.

७.२.८ प्रतिगमनाचा अर्थ व व्याख्या (Meaning and Definition of Regression)

प्रतिगमन ही संकल्पना खालील व्याख्यामधून स्पष्ट करता येईल.

- १) एम.एम. फ्लेअर : ङ्ङ्ङप्रतिगमन म्हणजे तथ्यांच्या मूळ एककाशी दोन किंवा अधिक चलमूल्यातील सरासरी संबंधाचे मापन होय. फ्र

“Regression is the measure of average relationship between two or more variables in terms of the original units of the data.”

- २) वॉल्स आणि रॉबर्टस : ङ्ङ्ङएक चलमूल्य व दुसरे चलमूल्य यामध्ये अवलंबित चलमूल्याविषयी असलेल्या प्रत्यक्ष सहसंबंधाबद्दल बहुधा अनुमान किंवा भविष्यकथन करणे आवश्यक असते. यासाठी जे सांख्यिकीय तंत्र वापरण्यात येते त्यास प्रतिगमन म्हणले जाते. फ्र

“It is often more important to find what the relationship actually is, in order to estimate or predict one variable (the dependent variable) and the statistical technique appropriate to such a case is called regression analysis.”

वरील व्याख्येवरून हे स्पष्ट होते की, या तंत्रात दोन चलमूल्ये ही परस्परावर अवलंबून असतात. त्यात एक चल स्वतंत्र (Independent) तर दुसरे अवलंबित (dependent) असते. उदा. किंमत व पुरवठा या दोन चलामध्ये किंमत हा स्वतंत्र घटक असून पुरवठा हा अवलंबित घटक आहे. कारण किंमतीनुसार पुरवठा बदलतो. अन्य घटकात होणाऱ्या बदलाचे अनुमान प्रतिगमन तंत्राच्या आधारे करता येते.

प्रतिगमन तंत्र फक्त दोनच चलांना लागू पडते असे नाही, तर ते दोनपेक्षा अधिक चलानाही लागू पडते. पण चलाच्या संख्येच्या वाढीबरोबर हे तंत्र अधिक क्लिष्ट व अवघड होते. म्हणून सामान्यतः दोन चलाचा विचार करून प्रतिगमन तंत्र लक्षात घेतले जाते. दोन चलातील प्रतिगमनाच्या अभ्यासाला साधे प्रतिगमन असे म्हणतात.

७.२.१ प्रतिगमनाचे प्रकार (Types of Regression) :

पुढीलप्रमाणे प्रतिगमनाचे प्रकार स्पष्ट करता येतील.

१) रेषीय प्रतिगमन (Linear Regression) :

प्रतिगमन रेषा ही दोन चलावर आधारलेली असते. 'x' हे स्वतंत्र चल असून 'y' हे अवलंबित्व चल असते. x व y पदमालिकेच्या मूल्यांना आलेखपत्रावर मांडून त्याधारो काढलेल्या रेषेस रेषीय प्रतिगमन असे म्हणतात. x व y बिंदूना जोडणारी सरळ रेषा ही प्रतिगमन रेषा (Regression Line) होय. आलेखावर अनेक रेषा काढता येतील परंतु सर्वच रेषा प्रतिगमन रेषा नसतात. त्यापैकी कोणती तरी एक रेषा ही प्रतिगमन रेषा असते. म्हणून त्या रेषेस 'Line of Best Fit' असे म्हटले जाते.

२) साधे प्रतिगमन (Simple Regression) :

प्रतिगमन विश्लेषणात x व y ही दोनच चले असतात. तसेच त्यातील एक स्वतंत्र चल व दुसरे अवलंबित्व चल असते. या दोहोचाच अभ्यास केला जात असल्यामुळे त्यास साधे प्रतिगमन असे म्हणतात.

३) बहुगुणी प्रतिगमन (Multiple Regression) :

प्रतिगमनामध्ये दोनपेक्षा अधिक चलाचा समावेश करून त्याचाही अभ्यास करता येतो. येथे अनेक चलाचा अभ्यास केला जातो. त्यामुळे ते बहुगुणी प्रतिगमन ठरते.

७.२.१० सहसंबंध आणि प्रतिगमन यातील फरक

सहसंबंध आणि प्रतिगमन यातील मूलभूत फरक पुढीलप्रमाणे आहे.

सहसंबंध

१) सहसंबंधात भिन्न चलात असणाऱ्या सहसंबंधाच्या गुणोत्तराचा विचार केला जातो. २) कारण किंवा परिणाम सहसंबंध विश्लेषणातून लक्षात येत नाही. उदा. किंमत आणि मागणीत जवळचा संबंध असतो. त्याचे स्वरूप काय असते व त्याच्या संबंधाचे गुणोत्तर काय हे सहसंबंधाच्या गुणांकामुळे लक्षात येते. पण त्यातील बदलाचे कारण आणि त्याचा परिणाम मात्र लक्षात येत नाही. तेव्हा प्रतिगमनाचा आधार घ्यावा लागतो.

प्रतिगमन

१) प्रतिगमनात भिन्न चलात असणाऱ्या संबंधाच्या स्वरूपाचा (Nature) विचार केला जातो. २) प्रक्षतगमनाच्या मदतीने भिन्न चलातील बदलाचे कारण आणि परिणाम लक्षात येतो. उदा. प्रतिगमनात नेहमी एक चल हे स्वतंत्र (Independent) व दुसरे चल अवलंबी ((Dependent) गृहित धरलेले असते. ज्या चलाचा दुसऱ्या चलावर परिणाम होतो. त्या चलास अवलंबी चल असे म्हणतात. जे दुसऱ्या चलाने प्रभावित होते. प्रतिगमनात नेहमी स्वतंत्र चालच्या मदतीने अवलंबी चलाचे मूल्य माहित केले जाते.

७.२.११ प्रतिगमन विश्लेषणाचे महत्त्व किंवा आवश्यकता (Importance of Regression Analysis)

- १) सामाजिक शास्त्रात प्रतिगमन तंत्र हे अत्यंत उपयुक्त मानले जाते. दोन घटकाच्या परस्पर संबंधाचा अभ्यास करण्यासाठी प्रतिगमन हे तंत्र महत्त्वाची भूमिका पार पाडते.
- २) एका चलामध्ये बदल झाल्यास त्याचा अन्य चलावर कसा व किती परिणाम होईल याचा अचून अंदाज प्रतिगमन तंत्राच्या आधारे करता येतो.
- ३) प्रतिगमन हे तंत्र आर्थिक धोरण ठरविण्यासाठी तसेच नियोजनबद्ध विकासासाठी फायदेशीर आहे. आर्थिक घटकाच्या उदा. उत्पादन, वितरण, नफा, नुकसान यासंबंधी उद्योगसंस्थांना अनुमान काढता येते व निर्णय प्रक्रिया अधिक शास्त्रशुद्ध करता येते. उत्पादनासंबंधीचा व्यावहारिक निर्णय घेतला जातो. सरकारला, देशाचे नियोजन ठरविण्यासाठी या तंत्राची मोठी मदत होत असते.

७.२.११ प्रतिगमन विश्लेषणाचे महत्त्व किंवा आवश्यकता (Importance of Regression Analysis)

- १) सामाजिक शास्त्रात प्रतिगमन तंत्र हे अत्यंत उपयुक्त मानले जाते. दोन घटकाच्या परस्पर संबंधाचा अभ्यास करण्यासाठी प्रतिगमन हे तंत्र महत्त्वाची भूमिका पार पाडते.
- २) एका चलामध्ये बदल झाल्यास त्याचा अन्य चलावर कसा व किती परिणाम होईल याचा अचून अंदाज प्रतिगमन तंत्राच्या आधारे करता येतो.
- ३) प्रतिगमन हे तंत्र आर्थिक धोरण ठरविण्यासाठी तसेच नियोजनबद्ध विकासासाठी फायदेशीर आहे. आर्थिक घटकाच्या उदा. उत्पादन, वितरण, नफा, नुकसान यासंबंधी उद्योगसंस्थांना अनुमान काढता येते व निर्णय प्रक्रिया अधिक शास्त्रशुद्ध करता येते. उत्पादनासंबंधीचा व्यावहारिक निर्णय घेतला जातो. सरकारला, देशाचे नियोजन ठरविण्यासाठी या तंत्राची मोठी मदत होत असते.
- ४) भविष्यकाळासंबंधी अनुमान काढण्यासाठी प्रतिगमन तंत्राचा मोठ्या प्रमाणावर वापर केला जातो.
- ५) विविध आर्थिक घटकामध्ये होणाऱ्या परिवर्तनाचा अभ्यास प्रतिगमन तंत्राच्या मदतीने केला जातो. मागणी, पुरवठा, उत्पादन खर्च, किंमतनिश्चिती याघटकाचा सूक्ष्म अभ्यास करून उपभोक्ता व उद्योग संस्था यांचा महत्तम लाभ साधता येतो.

७.२.१२ प्रतिगमन (समाश्रयण) रेषा (Regression Lines) :

जेव्हा दोन चलाचा विचारकेला जातो तेव्हा दोन प्रतिगमन रेषा मिळतात त्यालाच y चलाचे x चलावरील प्रतिगमन रेषा (Regression Line of y on x व x चलाची y चलावरील प्रतिगमन रेषा Regression Line of x on y म्हणतात. जेव्हा आपण y चलाची x चलावर प्रतिगमन रेषा काढतो तेव्हा दिलेल्या x ला y चलाचे अपेक्षित मूल्य माहित केले जाते. म्हणजे तेव्हा y चल हा अवलंबी चल तर x हा स्वतंत्र चल असतो. याउलट जेव्हा x चलाची y चलावर प्रतिगमन रेषा काढली जाते तेव्हा त्यातील x हा चल अवलंबी तर y हा चल स्वतंत्र असतो. थोडक्यात अवलंबी चलाची स्वतंत्र चलावर प्रतिगमन रेषा किंवा समीकरण तयार केले जाते. जेव्हा दोन चलातील सहसंबंध रेषीय असतो. तेव्हा त्यांच्या सहसंबंध गुणांकाचे उत्तर ± 1 असते. जेव्हा प्रतिगमनाची एकच रेषा मिळते. कारण त्या दोन्ही रेषा एकच असतात. याचाच अर्थ असा की, दोन भिन्न चलाच्या दोन प्रतिगमन रेषा परस्परांपासून जेवढ्यादूर असतात तेवढा त्या चलातील सहसंबंध गुणांक कमी असतो. जेव्हा दोन चलातील सहसंबंध गुणांकांचे उत्तर $\neq 0$ शून्य असते म्हणजे त्या चलात कसलाही संबंध नसतो. तेव्हा त्या दोन चलाच्या प्रतिगमन रेषा व x अक्षाला आणि y अक्षाला समांतर असतात.

प्रतिगमनाच्या संदर्भात आणखी एक महत्त्वाची बाब म्हणजे जेव्हा दोन प्रतिगमन रेषा ज्या बिंदूत परस्परांना छेदतात त्या बिंदूला x आणि y चलाची सरासरी लक्षात येते.

७.२.१३ प्रतिगमन (समाश्रयण) समीकरणे (Regression Equations) :

प्रतिगमन रेषांनाच बिजगणितीय भाषेत प्रतिगमन समीकरणे असे म्हणतात. त्यामुळे दोन चलांच्या दोन प्रतिगमन रेषा असतात तेव्हा त्याची दोन प्रतिगमन समीकरणे दिसून येतात.

प्रतिगमन रेषा ही दोन चलामधील परस्पर संबंध प्रकट करते. तसेच एका चलातील बदलाचा दुसऱ्या चलामध्ये होणाऱ्या बदलाच्या प्रमाणाचा अभ्यास करते. येथे दोन प्रतिगमन रेषा असतात. एक रेषा x चल स्वतंत्र मानून y हे चल अवलंबित्व मानते. येथे x च्या आधारे y चे मूल्य काढले जाते.

दुसरी रेषा y हेचलन स्वतंत्र मानून x हे चल अवलंबित्व मानते. येथे y च्या आधारे x चे मूल्य काढले जाते. न्युनतमवर्ग पद्धतीनुसार प्रतिगमन रेषा तयार केलेल्या असतात. त्यामुळे दोन प्रतिगमन रेषा तयार होतात.

प्रतिगमन रेषेचे समीकरण हे बीजगणितीय आहे. येथे दोन समीकरणे आहेत. ती पुढीलप्रमाणे.....

- १) x चे y वर प्रतिगमन समीकरण (Regression equation of x on y) या समीकरणात ' y ' हा स्वतंत्र घटक असून त्याच्या आधारे x या अवलंबित्व घटकाचे (चलाचे) मूल्य शोधून काढले जाते.
 - २) y चे x वर प्रतिगमन समीकरण (Regression equation of y on x) या समीकरणात ' x ' हा स्वतंत्र घटक असून त्याच्या आधारे y या अवलंबित्व घटकाचे (चलाचे) मूल्य शोधून काढले जाते.
- वरील दोन्ही समीकरणे पुढीलप्रमाणे राहतील.

१) y चे x वर प्रतिगमन समीकरण (Regression equation of x on y) (' y ' स्वतंत्र चल, x अवलंबित्व चल) $x = a + by$ a व b च्या किंमत काढण्यासाठी सूत्रे (अल्पमत वर्ग पद्धती) (Least Squares method)

$$\Sigma x = Na + b\Sigma y$$

$$\Sigma xy = a\Sigma y + b\Sigma y^2$$

२) x चे y वर प्रतिगमन समीकरण (Regression equation of y on x) (' x ' स्वतंत्र चल, y अवलंबित्व चल) $y = a + bx$ a व b च्या किंमत काढण्यासाठी सूत्रे (अल्पमत वर्ग पद्धती) (Least Squares method)

$$\Sigma y = Na + b\Sigma x$$

$$\Sigma xy = a\Sigma x + b\Sigma x^2$$

७.२.१४ प्रतिमनावरील काही उदाहरणे

- १) खालील आकडेवारीच्या मदतीने प्रतिगमन रेषा माहित करा.

x	6	2	10	4	8
y	9	11	5	8	7

Solution

x	y	x^2	y^2	xy
6	9	36	81	54
2	11	4	121	22
10	5	100	25	50
4	8	16	64	32
8	7	64	49	56
30	40	200	340	214

Regression equation of y on x

$$y = a + bx$$

वरील समीकरणातील 'a' आणि 'b' च्या किंती माहिती करण्यासाठी खालील सामाईक समीकरणे simultaneous equations सोडवा.

$$Na + b\Sigma y = \Sigma y$$

७.२.१४ प्रतिमनावरील काही उदाहरणे

१) खालील आकडेवारीच्या मदतीने प्रतिगमन रेषा माहित करा.

x	6	2	10	4	8
y	9	11	5	8	7

Solution

x	y	x ²	y ²	xy
6	9	36	81	54
2	11	4	121	22
10	5	100	25	50
4	8	16	64	32
8	7	64	49	56
30	40	200	340	214

Regression equation of y on x

$$y = a + bx$$

वरील समीकरणातील 'a' आणि 'b' च्या किंती माहिती करण्यासाठी खालील सामाईक समीकरणे simultaneous equations सोडवा.

$$Na + b\Sigma y = \Sigma y$$

$$a\Sigma x + b\Sigma x = \Sigma xy$$

वरील समीकरणात तक्त्यातील किंमती ठेवून

$$5a + 30b = 40 \dots\dots\dots (i)$$

$$30a + 220b = 214 \dots\dots\dots (ii)$$

वरील समीकरणातील a किंवा b हे पद सारखे करण्यासाठी वरील समीकरणाला कोणत्यासही संख्येने गुणाकार करा. म्हणजे दोन्ही समीकरणातील 'a' सारख्या करावयाचा असेल तर पहिल्या समीकरणाला ६ ने गुणाकार करा.

$$30a + 180b = 240 \dots\dots\dots (iii)$$

$$30a = 220b = 214 \dots\dots\dots (iv)$$

(iv) चौथे समीकरण (iii) तीन मधून वजा केले असता

$$-40b = 26$$

पहिल्या समीकरणात 'b' ची किंमत ठो म्हणजे....

$$y = a + bx \text{ ह्या समीकरणात 'a' आणि 'b' च्या किंमती ठेवून}$$

$$y = 11.9 - 0.65x$$

(ii) Regression Line of 'x' on 'y'

$$x = a + by$$

$$Na + b\sum y = \sum y \dots\dots\dots (i)$$

$$a\sum x + b\sum x^2 = \sum xy \dots\dots\dots (ii)$$

किंमती ठेवून

$$5a + 40b = 30 \dots\dots\dots (iii)$$

$$40a + 340b = 214 \dots\dots\dots (iv)$$

दोन्ही समीकरणातील 'a' सारखा करण्यासाठी १ समीकरणाच्या ८ ने ने गुणाकार करा तेव्हा...

पहिल्या समीकरणात 'b' ची किंमत ठेवून....

'a' आणि 'b' च्या किंमती $x = a + by$ समीकरणात ठेवून.....

$$x = 16.4 - 1.3y$$

प्रतिगमन समीकरणे सोडविण्याची वरील पद्धती अत्यंत किचकट व क्लिट आहे. त्यामुळे प्रतिगमन समीकरणे सोडविताना वरील पद्धतीचा उपयोग केला जात नाही. त्याऐवजी x आणि y चलाच्या मध्यापासून विचलने घेऊन प्रतिगमन समीकरणे सोडविली जातात. ती पद्धती पुढे स्पष्ट केली आहे.

२) खालील माहितीच्या आधारे x ची y वर व y ची x वर आधारीत प्रतिगमन रेषा तयार करा.

x	1	2	3	4	8
y	10	12	15	18	20

वरील माहितीवरून प्रतिगमन रेषा तयार करा.

x	y	dx (3)	dx ²	dy(15)	dy ²	dx dy
1	10	-2	4	-5	25	10
2	12	-1	1	-3	9	3
3	15	0	0	0	0	0
5	18	2	4	3	9	6
8	20	5	25	5	-25	25

Solution

- १) x च्या कोणत्याही मूल्यापासून विचलन घ्या व त्याची बेरी करा म्हणजे Σdx मिळते.
- २) तशा प्रकारे y चलाच्या कोणत्याही मूल्यापासून विचलन घ्या व त्या विचलनाची चिन्हासह बेरी करा Σdy मिळतो.

$(\Sigma dx)^2 = dx \times dx$ करून त्यांची बेरीज करा.

$(\Sigma dy)^2 = dy \times dy$ करून त्यांच्या उत्पादनाची बेरीज करा.

$\Sigma dx dy =$ संबंधित dx ने dy ला चिन्हांचा विचार करून गुणाकार करा व त्यांची चिन्हे लक्षात घेऊन बेरीज करा.

बेरजेला मोठ्या संख्येने चिन्ह द्या.

$N =$ एकूण अवलोकनाची संख्या

Regression equation of y on x

च्या किंमती वरील सूत्रात ठेवून

किंवा

Regression equation of x on y

$b_{xy} =$ याचा अर्थ स्वतंत्र चलात एका नगाने बदल झाला असता. अवलंबी चलात सरासरी किंती नगांनी बदल होतो हे सांगणे हाये. याचाच दुसरा अर्थ असा की, x ह्या स्वतंत्र चलात एका नगाने बदल झाला असता y ह्या विसंबीत चलात सरासरी होणारा बदल म्हणजे b_{xy} होय.

$b_{xy} = x$ ह्या चलावरील y शी असलेला प्रतिगमन गुणांक होय. म्हणजेच स्वतंत्र चलात एक नगाने बदल झाला असता विसंबीत चलात सरासरीने होणारा बदल होय. वरील समीकरणात y ह्या चलात एका नगाने बदल झाला असता x ह्या विसंबीत चलात सरासरी कितीने बदल होतो हे सांगणे होय.

प्रतिगमन गुणांकाच्या संदर्भात खालील बाबी लक्षात घेतल्या पाहिजेत.

- १) दोन्ही प्रतिगमन गुणांकाची चिन्हे (b_{yx} व b_{xy}) सारखी असतात.
- २) ज्या चिन्हाचा प्रतिगमन गुणांक असतो, त्याच चिन्हांचा सहसंबंध गुणांक असतो.
- ३) प्रतिगमन गुणांकातील एक गुणांक हा एकपेक्षा लहान असतोच यचा अर्थ दोन्ही प्रतिगमन गुणांक हे एकपेक्षा मोठे नसतात.
- (३) खालील माहितीच्या आधारे प्रतिगमन रेषा माहिती करा.

x	6	2	10	4	8
y	9	11	5	8	7

Solution :

x	y	dx (10)	dx ²	dy(5)	dy ²	dx dy
6	9	-4	16	4	16	-16
2	11	-8	64	6	36	-48
10	5	0	0	0	0	0
4	8	-6	36	3	09	-18
8	7	-2	04	2	04	-4
N=5		-20	120	15	65	-86

Regression equation of y on x

$b_{yx} = -1.3$ ही किंमत पुढील समीकरणात ठेवून....

Regression equation of y on x

$b_{yx} = -0.65$ ही किंमत समीकरणात ठेऊन

(४) पुढील माहितीवरून प्रतिगमन रेषा माहिती करा.

x	1	2	3	4	5
y	10	12	14	16	18

Solution :

x	y	dx (3)	dx ²	dy(14)	dy ²	dx dy
1	10	-2	4	-4	16	8
2	12	-1	1	-2	4	1
3	14	0	0	0	0	0
4	16	1	1	2	4	2
5	18	2	4	4	16	8
		0	10	0	40	20
Regression equation of x on y						

$b_{yx} = 0.5$ ही किंमत पुढील समीकरणात ठेवून....

Regression equation of y on x....

$b_{yx} = 2$ ही किंमत समीकरणात ठेऊन.....

(५) गणित आणि इंग्रजीच्या परिक्षेत मिळालेल्या गुणांचा अभ्यास केला असता खालील माहिती मिळाली.

	गणिताचे गुण (x)	इंग्रजीचे गुण (y)
मध्य	३९.५	४७.५
प्रमाण विचलन	१०.८	१६.८
सहसंबंध गुणांक	०.४२	

माहिती करा

- १) दोन्ही प्रतिगमन समीकरणे.
- २) $x = 50$ असताना y ची अपेक्षित किंमत (मूल्य).
- ३) $y = 50$ असताना x ची अपेक्षित किंमत (मूल्य).

Solution :

वरील उदाहरणावरून पुढील किंमती मिळतात....

Given : , , ,

Regression Co-efficient of x on y

पुढील सूत्राचा वापर करू या...

सूत्रात किंमती ठेऊन

Regression Co-efficient of y on x

b_{xy} हा पुढील सूत्रावरून काढता येईल....

सूत्रात किंमती ठेऊन.....

Regression equation of x on

सूत्रात किंमती ठेऊन गणित सोडविता येईल....

आता, $y = 30$ असताना x चे अपेक्षित मूल्य....

$$x = 0.27y + 26.67$$

$y = 30$ ही किंमत ठेऊन....

$$x = 0.27 \times 30 + 26.67$$

$$x = 8.1 + 26.67$$

$$x = 34.77 \text{ किंवा } x = 35$$

Regression equation of

सूत्रात किंमती ठेऊन गणित सोडविता येईल....

आता, $x = 50$ असताना y चे अपेक्षित मूल्य....

$$y = 0.65x + 21.82$$

$x = 50$ ही किंमत ठेऊन....

$$y = 0.65 \times 50 + 21.82$$

$$y = 32.5 + 21.82$$

$x = 54.32$ हे सिद्ध होत आहे.

७.३ स्वयंअध्ययनासाठी प्रश्न

- १) सहसंबंध म्हणजे काय?
- २) सहसंबंध म्हणजे काय? सहसंबंधाचा अर्थ स्पष्ट करून सहसंबंधाचे प्रकार सांगा.
- ३) सहसंबंध विश्लेषणाच्या पद्धती स्पष्ट करा.
- ४) प्रतिगमन म्हणजे काय? प्रतिगमनाचा अर्थ स्पष्ट करून प्रतिगमनाचे प्रकार सांगा.
- ५) सहसंबंध आणि प्रतिगमन यातील फरक स्पष्ट करा.
- ६) टीप लिहा : १) प्रतिगमन रेषा, २) प्रतिगमन समिकरणे

७.४ सारांश (Summary) :

सामाजिकशास्त्रे व नैसर्गिक शास्त्रे यामध्ये विविध चलात परस्पर संबंध दिसून येतो. यामध्ये कोणत्या स्वरूपाचा संबंध आहे हे जाणून घेण्यासाठी सहसंबंधाचा अभ्यास करवा लागतो. सामाजिक शास्त्रातील समस्या गुंतागुंतीच्या असतात. त्याचे विश्लेषण करण्यासाठी सहसंबंधाचा मोठ्या प्रमाणावर उपयोग होतो. एका चलात होणाऱ्या बदलामुळे दुसऱ्या चलात जेव्हा बदल होतो तेव्हा त्या चलास सहसंबंध असे म्हणतात. उत्पन्नात होणाऱ्या बदलामुळे उपभोग व बचत बदलते किंवा खताच्या मात्रात होणाऱ्या बदलामुळे उत्पादनात बदल होतो. अशा बदलांना दोन चलातील सहसंबंध असे म्हणतात. व्यवहारीक स्तरावर जेव्हा नफा-तोटा या संदर्भात जेव्हा निर्णय घेतला जातो तेव्हा सहसंबंधाचा उपयोग होतो. किंमतीत वाढ किंवा घट झाल्यास निर्णय घेताना सहसंबंधाचा उपयोग होतो. थोडक्यात, सहसंबंध अनेक अर्थाने उपयोगी ठरत असतो.

तसेच सहसंबंधाप्रमाणे सामाजिक शास्त्रात प्रतिगमन तंत्र हे अत्यंत उपयुक्त मानले जाते. दोन चलाचा (घटकांच्या) परस्पर संबंधाचा अभ्यास करण्यासाठी प्रतिगमन तंत्र हे महत्वाची भूमिका पार पाडत असते. थोडक्यात, एका चलात बदल झाल्यास त्याचा अन्य चलावर कसा व किती परिणाम होईल याचा अचूक अंदाज प्रतिगमन तंत्राच्या आधारे करता येतो.

७.५ सरावासाठी प्रश्न :

- १) सहसंबंध म्हणजे काय? ते सांगून धन आणि ऋण सहसंबंध स्पष्ट करा.
- २) सहसंबंधाचे गुणधर्म स्पष्ट करा.
- ३) कार्ल पिअरसनचा सहसंबंध गुणांक स्पष्ट करा.
- ४) क्रमांक (श्रेणी) सहसंबंध गुणांक स्पष्ट करा.

- ५) सहसंबंध विश्लेषणाचे महत्व स्पष्ट करा.
- ६) रेखीय प्रतिगमन व साधे प्रतिगमन स्पष्ट करा.
- ७) सहसंबंध व प्रतिगमन यातील फरक स्पष्ट करा.
- ८) प्रतिगमन विश्लेषणाचे महत्व किंवा आवश्यकता स्पष्ट करा.

९) खालील दिलेल्या संख्येमधून स्पिरमन श्रेणी सहसंबंध गुणांक काढा.

x	71	68	66	67	70	73	72
y	69	64	65	63	67	68	66

१०) खालील आकडेवारीवरून क्रमांक सहसंबंध गुणांक काढा.

x	48	33	40	9	16	16	65	24	16	57
y	13	13	24	6	15	4	20	9	6	19

११) खालील माहितीच्या आधारे सहसंबंध गुणांक काढा.

x	23	27	28	29	30	31	33	35	36	39
y	18	22	23	24	25	26	28	29	30	32

१२) खालील आकडेवारीच्या मदतीने श्रेणी (क्रमांक) सहसंबंध गुणांक काढा.

x	80	78	75	75	68	67	60	59
y	12	13	14	14	14	15	16	17

१३) खालील प्रमाणे आकडेवारी दिलेली आहे. त्यावरून अपेक्षित मूल्य काढ.

A जेव्हा B = 50

B जेव्हा A = 100

A श्रेणीचे सरासरी मूल्य = 60

A श्रेणीचे सरासरी मूल्य = 4.4

B श्रेणीचे सरासरी मूल्य = 75

A श्रेणीचे सरासरी मूल्य = 2.2

सहसंबंध गुणांक

१४) खालील आकडेवारीवरून प्रतिगमन समिकरणे सोडवा.

Calculate the Regression equation from the following data.

पुरवठा (Supply)	65	66	67	67	68	69	71	75
मागणी (Demand)	67	68	64	68	72	70	69	70

७.६ पारिभाषिक शब्द (Glossary)

१) सहसंबंध (Correlation) : “दोन किंवा दोनपेक्षा अधिक नात्यांना सहसंबंध असे म्हणतात.” उदा. बचत-गुंतवणूक (S=I).

- २) सहसंबंध गुणक प्रमाण (Correlation Co-efficient) : “दोन भिन्न चलामध्ये असलेले प्रमाण म्हणजे सहसंबंध गुणक होय.”
- ३) सहसंबंध सहगुणक कशाचे मापन करते?
“दोन भिन्न चलामध्ये असलेल्या प्रमाणाचे मापन करते.”
- ४) प्रतिगमन (Regression) : “x मध्ये होणाऱ्या बदलामुळे y या घटकात काय बदल होतो. यासचा अभ्यास किंवा त्या बदलाचे प्रमाण म्हणजे प्रतिगमन होय.”
- ५) प्रतिगमन गुणक (Regression Co-efficient) : “स्वतंत्र घटकात होणाऱ्या बदलामुळे विसंबित घटकात जो बदल होतो त्या बदलाच्या प्रमाणास प्रतिगमन गुणक म्हणतात.”
- ६) स्वतंत्र घटक : “जो घक इतराव परिणाम करतो.”
- ७) विसंगित घटक : “ज्या घटकावर इतरांचा परिणाम होतो.”

७.७ संदर्भ सूची (Bibliography) :

- 1) Gupta S. C. and Gupta Indra, Business Statistics
- 2) Gupta S. P. “Statistical Method”
- ३) ‘अर्थशास्त्र’ इयत्ता अकरावी, महाराष्ट्र राज्य माध्यमिक व उच्च माध्यमिक शिक्षण मंडळ, पुणे (२०१२)
- ४) डॉ. आगलावे प्रदीप, झसामाजिक संशोधन पद्धतीशास्त्र व तंत्रे, श्री.साईनाथ प्रकाशन, नागपूर- १० (२००८)
- ५) प्रा. देशमुख राम, ‘मूलभूत सांख्यिकी’, विद्या प्रकाशन, नागपूर (२०११)
- ६) डॉ. कदम विश्वास, ‘सांख्यिकी पद्धती’ कैलास पब्लिकेशन, औरंगपुरा, औरंगाबाद, (जुलै, २००९)
- ७) डॉ. खटाळ बी. जी., ‘सांख्यिकी पद्धती’, प्रशांत पब्लिकेशन, जळगाव (२०१२).

प्रकरण - ८

निर्देशांक

८.०	उद्दिष्टे
८.१	प्रस्तावना
१.१	निर्देशांक
१.२	निर्देशांकाचा अर्थ
१.३	वैशिष्ट्ये
१.४	निर्देशांकाचे महत्व किंवा उपयोग
१.५	निर्देशांकांची रचना
१.६	निर्देशांकाच्या मर्यादा
८.२	निर्देशांकांचे प्रकार
८.३	किंमत निर्देशांक
८.४	राहणी खर्च निर्देशांक किंवा ग्राहक किंमत निर्देशांक
१.१	निर्देशांक रचनेचा मुख्य पाया
१.२	राहणी खर्च निर्देशांकांच्या पद्धती
१.३	सोडवणे
१.४	राहणी खर्च निर्देशांकाची उपयुक्तता किंवा उपयोग
८.५	स्वयं अध्ययनासाठी प्रश्न
८.६	सारांश
८.७	पारिभाषिक शब्द, शब्दार्थ
८.८	संदर्भ सूची

८.० उद्दिष्टे

- ◆ निर्देशांक म्हणजे काय ते स्पष्ट करता येईल.
- ◆ निर्देशांकाचे वैशिष्ट्ये, महत्व/उपयोग काय ते सांगता येईल.
- ◆ निर्देशांकाची रचना व मर्यादा स्पष्ट करता येईल.
- ◆ निर्देशांकाचे प्रकार स्पष्ट करता येईल.
- ◆ लासपिअर्स, पाश्चेती आणि फिशरचा आदर्श निर्देशांक स्पष्ट कराता येईल.
- ◆ राहणी खर्च निर्देशांकाची उपयुक्तता विशद करता येईल.

८.१ प्रस्तावना

आपल्या रोजच्या व्यवहारात आपल्याला अनेक प्रकारच्या किमतीशी सामना करावा लागतो. जीवनावश्यक वस्तूंच्या किमती या स्थिर नसतात. त्या रोजच्या रोज बदलत जातात. वस्तुंची किंमत ही वस्तुंची उपलब्धता, वस्तुंची मागणी, पर्यायी वस्तुंची उपलब्धता व त्याची किंमत, वाहतूक व्यवस्था, वाहतुकीची किंमत, सरकारने लादलेले विविध कर, व सरकारचे धोरणे, या अनेकविध घटकावर अवलंबून असतो. या शिवाय या किमतीत आणखी प्रकार असतात. वस्तुंची घाऊक किंमत व किरकोळ विक्रीची किंमत यात तफावत असते. वस्तुंची रोख खरेदी किंमत व उधारीची किंमत यात फरक असतो. दुकानदार अथवा व्यापारी काही वेळेला सूट देतात. त्यामुळे वस्तुंची किंमत बदलते.

रोजच्या व्यवहारात आपण अनेक प्रकारच्या विविध वस्तू खरेदी करत असतो. महागाई वाढली किंवा वस्तूंच्या किमती वाढ होते. या वस्तूंच्या किंमतीतील बदलामुळे आपले महिन्याचे अंदापत्रक बदलू शकते. काही वेळेला वस्तू कमी प्रमाणात वापरली जाते. क्वचित प्रसंगी आपण आपल्या सवयीही बदलून टाकतो. किंवा

आपले उत्पन्न वाढवण्याचा प्रयत्न करतो.

८.१.१ निर्देशांक (Index Numbers)

वस्तूच्या किंमतीत सततबदल होत असतात, किंमतीत वाढ होते, महागाई वाढते. ही महागाई किती प्रमाणात वाढली हे समजण्यासाठी या किंमतीची सरासरी घेणे आवश्यक ठरते. ही किंमतीची सरासरी

$$= \frac{\text{सर्व किंमतीची बेरीज}}{\text{एकूण किंमतीची संख्या}} \quad \text{यानुसार काढली जाते.}$$

परंतु ही सरासरी आपल्याला योग्य माहिती देणार नाही तेव्हा किंमतीची सरासरी काढण्यासाठी विशिष्ट प्रकारच, वेगळ्या प्रकारची सरासरी काढली जाते. ही वेगळ्या प्रकारची सरासरी म्हणजेच किंमत निर्देशांक (Index Numbers) होय.

आज अनेक क्षेत्रात निर्देशांकाचा उपयोग होत आहे. दररोजच्या वर्तमानपत्रात आपण असे वाचत असतो की, वस्तूच्या किंमतीत वाढ झाली किंवा घट झाली. औद्योगिक उत्पादनात वाढ होत आहे. किंवा घट होत आहे. आयातीत वाढ झाली की घट झाली तसेच गुन्हेगारीत वाढ झाली की घट झाली हे सर्व प्रश्न निर्देशांकाच्या मदतीने स्पष्ट केले जातात. विशिष्ट कालखंड आधार मानून तुलनात्मक बदल लक्षात घेतात. एखाद्या विषयासंबंधी तुलनात्मक बदल अध्ययन करण्यासाठी वैशिष्ट्यपूर्ण तंत्राचा अवलंब करतात. त्याला निर्देशांक म्हणतात.

थोडक्यात निर्देशांक म्हणजे अर्थिक चढ उतार मोजण्याचे मापक होय. अर्थव्यवस्थेत होणारे बदल किंवा चढउतार लक्षात घेण्यासाठी निर्देशांकाचा आधार घ्यावा लागतो.

निर्देशांक म्हणजे विशिष्ट चलत काळाच्या ओघात झालेला सरासरी बदल होय. जेव्हा आपण असे म्हणतो की, देशातील १९९० च्या किंमतीशी तुलना करता १९९५ च्या घाऊक किंमतीचा निर्देशांक १२५ आहे. तेव्हा याचा अर्थ असा होतो की १९९० ते १९९५ च्या काळात वस्तूंच्या किंमतीत झालेली वाढ २५% आहे.

८.१.२ निर्देशांकाचा अर्थ (Meaning of Index Numbers)

बाँडींग टन - “निर्देशांक हे संख्या समुहाच्या सामान्य प्रवृत्तीचे द्योतक होय. हे त्याच्या नावावरून सिद्ध होते.”

बाँवले - “निर्देशांकाचा वापर हा अशा घटकाच्या बाबतीत असतो की ज्या घटकांच्या बदलाचे प्रत्यक्ष अवलोकन करणे नसते. (Defination % Index Number is Number designated to measure the average change, in the Values of a group of related Variable two different sttaation)

काऊडन - निर्देशांक हे संबंधीत चालू मुद्याच्या परिमाणात होणाऱ्या फरकाचे मापन करणारे सांख्यिकीय साधन आहे.” ज्या प्रमाणे भौतिकशास्त्रात हवेतील दाबाचे बदल मोजण्यासाठी ‘बरोमिटर’ हे उपकरण वापरले जाते. त्याप्रमाणे किंमत निर्देशांकाच्या आधारे आपण किंमतीतील अतिशय छोटे असे बदल मोजू शकतो. म्हणून काही वेळेला किंमत निर्देशांकाला अर्थशास्त्रीय व्यवहाराचे बॅरोमिटरस असे म्हटले जाते.

निर्देशांकाच्या संदर्भात असे म्हटले जाते की, पहिला निर्देशांक इ.स. १७६४ मध्ये १५०० च्या किंमतीशी तुलना १७५० च्या किंमतीशी करण्याकरीता इटाली मध्ये तयार करण्यात आला. १९ व्या शतकात प्रसिद्ध अर्थशास्त्रज्ञ ‘जेव्हान्स’ यांनी निर्देशांकाच्या सहाय्याने वस्तूंच्या मुल्यपातळभचे अध्ययन केले. डॉ. मार्शल, प्रो. विगू, फिशर यांनी आर्थिक नियमाचे अध्ययन करण्यासाठी निर्देशांकाचा उपयोग करून घेतला. निर्देशांकाच्या सहाय्याने केवळ पैशाच्या मुल्यात होणाऱ्या बदलाचे मापन करता येते असे नाही. तर त्यामुळे राष्ट्रीय उत्पन्न, बेकारी, औद्योगिक उत्पादनख राहणीमान इ. सारख्या विविध घटकांचे पद्धतशीर अध्ययन करता येते.

८.१.३ वैशिष्ट्ये (Characteristics of Index Numbers)

निर्देशांक समजण्यासाठी खालील बाबी लक्षात घेणे महत्त्वाचे ठरेल.

(१) निर्देशांक म्हणजे खास सरासरी होय - आपण जेव्हा उपभोक्त्याच्या निर्देशांकाचा विचार करतो तेव्हा

त्यातील विविध वस्तू व कपडा, अन्न, धान्य घरभाडे, सरपण इ. वस्तूंचे मापन भिन्न एककात केलेले असले तरी पण निर्देशांकात अशा भिन्न एककांच्या सरासरीचा उपयोग केलेला असतो. म्हणून निर्देशांक ही एक खास सरासरी असते.

- (२) निर्देशांकाच्या मदतीने संबंधीत चलात झालेला निव्वळ बदल मानला जातो - याचा अर्थ असा की, निर्देशांकाच्या मदतीने एक संख्या लक्षात घेतली जाते. व तिच्या मदतीने विशिष्ट चलात झालेली वाढ किंवा घट दर्शविली जाते हे चल म्हणजे विशिष्ट समूह असतो. उदाहरणार्थ, आपण जेव्हा महाराष्ट्रातील कामगारांच्या राहणीमानाचा निर्देशांक काढतो व तेव्हा वस्तूच्या किमतीत झालेली वाढ २५% असते. वस्तूच्या किमतीत झालेली वाढ ही अशाच वस्तूंची असते की, ज्याचा समावेश निर्देशांकात केलेला असतो. याचा अर्थ सर्वच वस्तूंच्या किमती २५% नी वाढलेल्या असतात. असे नाही तर काही वस्तूंच्या किमती घटल्या असतील तर काही वस्तूंच्या किमतीत वाढ २५% पेक्षा अधिक असेल.
- (३) निर्देशांकाच्या मदतीने भिन्न काळात झालेला बदल मोजता येतो - हा बदल शेती, आद्योगिकीक क्षेत्रातील किंवा इतर कोणत्याही क्षेत्रातील असू शकतो. ऐवढेच नाही तर हा बदल विशिष्ट काळाचा ही असू शकतो म्हणजे १० व्या पंचवार्षिक योजनेची तुलना ११ व्या पंचवार्षिक योजनेशी केलेली असू शकते. निर्देशांकाच्या मदतीने भिन्न काळात विशिष्ट चलात झालेला बदल मोजता येतो. असे नाही तर त्याच्या मदतीने तुलना सुद्धा करता येते. उदा. भारतातील वस्तूंच्या किमतीच्या निर्देशांकाची तुलना अमेरिकेतील किमतीच्या निर्देशांकाशी करता येते. त्यामुळे निर्देशांकाचे महत्व काळाच्या ओघात सातत्याने वाढत आहे.

८.१.४ निर्देशांकाचे महत्व किंवा उपयोग

(Uses & Importance of Index Numbers)

- (१) **आर्थिक धोरण ठरवण्यासाठी** - भिन्न आर्थिक व्यापारविषयक धोरणे ठरविण्यासाठी निर्देशांक महत्त्वाची भूमिका बजावतात. उदा. सरकाकडून कर्मचाऱ्यांच्या महागाई भत्यात होणारी वाढ किंवा घट ही उपभोक्ता निर्देशांकावर अवलंबून असते. याशिवाय सरकारचे लोकसंख्या, आयात निर्यात, कृषी औद्योगिक धोरणे. ही संबंधित क्षेत्राच्या निर्देशांकावरून निर्धारित होत असतात. कारण लोकसंख्येत होणाऱ्या बदलानुसार अन्नधान्याची आयात निर्यात ठरवावी लागते. त्यानुसार आरोग्याच्या सोयी निर्धारित कराव्या लागतात.

उत्पादक व व्यापाराला उत्तेजन देण्यासाठी सरकार विशिष्ट आर्थिक धोरण ठरवितात. ते धोरण यशस्वी झाले किंवा नाही हे पाहण्यासाठी निर्देशांक उपयुक्त असतो. शासनाला आणि उद्योगांना भविष्यासाठी आर्थिक धोरणे निश्चित करण्यासाठी निर्देशांक महत्त्वाचा आहे.

देशाचा विकास साधण्यासाठी सरकार मौद्रिक व आर्थिक धोरणाची आखणी करते त्यावेळी किंमत पातळीची माहिती घेऊन चलन विषयक धोरण ठरविण्यास निर्देशांक महत्त्वाचा आहे.

- (२) **विविध संख्यात्मक बदल मोजण्यासाठी** - आर्थिक घडामोडीतील बदलाचे मोजमाप करण्यासाठी निर्देशांक महत्त्वाचा आहे. औद्योगिक उत्पादनाच्या निर्देशांकावरून आर्थिक विकासाची कल्पना येते. शेती उत्पादनाच्या निर्देशांकावरून शेती उत्पादनाची स्थिती समजते. निर्देशांकाच्या मदतीने विशिष्ट यलात होणाऱ्या बदलाच्या प्रवृत्तीचा अभ्यास केला जातो. जेव्हा आपण देशाच्या मागील आठ-दहा वर्षातील निर्यातीच्या निर्देशांकाचा अभ्यास करतो. तेव्हा आपणास देशाच्या निर्यातीत सातत्याने वाढ किंवा घट होत आहे हे लक्षात येते.
- (३) **आर्थिक विश्लेषणात निश्चितता** - सतत बदलणाऱ्या आर्थिक प्रवृत्तीचे निश्चित मापन करण्यासाठी निर्देशांकाचा उपयोग होतो त्यामुळे आर्थिक विचारात निश्चितता व काटेकोरपणा येतो.
- (४) **तुलनात्मक अध्ययन** - या निर्देशांकाच्या सहाय्याने जसे सुक्ष्म बदल मोजले जातात. तयचप्रमाणे किमतीची तुलना करता येते. मुळ किंवा आधार वर्ष यातून वस्तूच्या किमतीत किती टक्के वाढ झाली हे निर्देशांकाच्या सहाय्याने समजून शकते.

त्याच प्रमाणे निर्देशांकाच्या मदतीने वस्तूंच्या किंमतीत होणाऱ्या बदलानुसार वेतनात बदल करता येतो. वेतनानुसार राहणीमानाची तुलना करता येते. देशातील उत्पन्नाची वास्तव उत्पन्नाशी तुलना करता येते. तसेच एका वस्तूची विविध वस्तूंच्या किंमतीशी तुलना करण्यासाठी निर्देशांक महत्वाचा आहे.

- (५) **पैशाच्या मुल्यमापनासाठी** – पैशाचे मुल्य निर्देशांकाच्या सहाय्याने मोजता येते. जेव्हा वस्तूंच्या किंमतीत वाढ झालेली असते तेव्हा पैशाचे मुल्य कमी असते. आणि वस्तूंच्या किंमतीत घट झालेली असते. तेव्हा पैशाच्या मुल्यात वाढ झालेली असते. त्यामुळे पैशाची क्रयशक्ती मोजण्यासाठी निर्देशांकाची आवश्यकता असते म्हणून पैशाचे मूल्य मापनासाठी निर्देशांकाचा उपयोग होतो.
- (६) **भविष्यकालीन व्यवहार** – भविष्यकालीन आर्थिक व व्यापारविषयक व्यवहारासाठी निर्देशांकांची मदत होते. उत्पादक व व्यापाऱ्यांना भविष्यकालीन खरेदी विक्री, उत्पादन खर्च इ. विषयी अंदाज तयार करण्यासाठी निर्देशांकाची मदत होते.
- (७) **नियोजन** – सरकारला विविध आर्थिक, कृती कार्यक्रमाचे नियोजन करतांना निर्देशांकाची मदत होते. लोकांचे पगार निश्चित करताना, महागाई भत्ता ठरविताना निर्देशांक उपयोगी ठरतो. जर औद्योगिक उत्पादनात वाढ होत असेल तर वस्तूंची विक्रीत वाढ होईल. त्यासाठी विपणनाचे नियोजन करावे लागते त्याच प्रमाणे इतर धोरणे ठरविताना किंमत निर्देशांक महत्वाचा आहे. किंमत वाढ झाली असेल तर किंमत नियोजनात आणणे किंवा पुरवठ्यात वाढ केली पाहिजे. त्याचप्रमाणे निर्देशांकामुळे आयात आणि निर्यातीसंबंधी कृती कार्यक्रमाचे योग्य नियोजन करता येते. राष्ट्रीय उत्पन्न वाढीचा सर्वच राष्ट्रे प्रयत्न करतात. त्यात वास्तविक उत्पन्न किती वाढले या मापनासाठी निर्देशांक उपयोगी ठरतो.
- (८) **विनिमय दर स्थिर** – फिशरच्या मते, खरेदी समता तत्वानुसार दोन देशातील मुल्य निर्देशांकाची तुलना करून विनिमय दर पातळी शोधता येते. ती पातळी भिन्न असेल तर इतर साधनांचा वापर करून विनिमय दर स्थिर ठेवता येईल.
- (९) **विदेशी व्यापार माहिती** – आयात निर्यात निर्देशांकात व्यापाराची स्थिती समजते. त्यानुसार देणे घेणे व्यवहारात संतुलन साधण्यास मदत होते.
- (१०) **गुंतागुंतीच्या आकड्याला सरळ रूप देणे** – निर्देशांकाच्या सहाय्याने अंक साध्या व सोप्या पद्धतीने स्पष्ट करण्याचे ज्ञान मिळते. माध्यप्रवृत्ती समजते
- (११) **पतनियंत्रण** – अर्थव्यवस्थेत पतपुरवठा नियंत्रित करण्यासाठी निर्देशांकाची मदत होते. रिझर्व्ह बँकेला देखील निर्देशांकाचा उपयोग होतो. थोडक्यात, देशाची आर्थिक प्रगती व आंतरराष्ट्रीय व्यापाराची दिशा इ. चे योग्य चित्र केवळ निर्देशांकामुळेच स्पष्ट होत असते.

८.१.५ निर्देशांकाची रचना – (Constriction of Index Numbers)

किंवा निर्देशांक तयार करतांना विचारात घ्यावयाचे घटक / प्रश्न (Factors or problem in Contraction of Index Numbers)

निर्देशांक ही एक किंमतीतील बदल मोजण्याची उपयुक्त पद्धत आहे. म्हणून निर्देशांक हे मापक असले तरी ते तयार नसतात. त्यामुळे निर्देशांकाच्या उद्देशाला अनुसरून निर्देशांक तयार करावे लागतात. हे निर्देशांक तयार करत असताना अनेक प्रकारच्या अडचणींना तोंड द्यावे लागते. किंवा विविध घटकांचा विचार करावा लागतो. असे विविध घटक खालीलप्रमाणे आहेत.

(१) निर्देशांकाचा उद्देश – (Parpose)

कोणत्याही निर्देशांक तयार करताना तो निर्देशांक तयार करण्याचा उद्देश काय आहे हे स्पष्ट करावे लागते. म्हणजे आपल्याला घाऊक किंमत निर्देशांक, किरकोळ किंमत निर्देशांक किंवा अपघात निर्देशांक यापैकी कोणता निर्देशांक तयार करावयाचा आहे व त्यामागील उद्देश काय आहे हे पहावे लागते व स्पष्ट करावे लागतात. उद्देशाला अनुसरून निर्देशांक तयार करावे लागतात. तेव्हा आपण सवसाधारण किंतीचा निर्देशांक तयार करतो. तेव्हा उपभोक्ते ज्या वस्तू उपयोगात असतात त्यास वस्तूंचा आणि त्यांचाच किंमतीचा विचार झाला पाहिजे. अशा निर्देशांकासाठी घाऊक किंमती लक्षात घेऊन चालत नाही.

त्याचबरोबर हा निर्देशांक समाजातील कोणत्या विशिष्ट घटकांसाठी आपण तयार करणार आहोत हे ही स्पष्ट करावे लागते. उदा. खाण कामगारांसाठीचा निर्देशांक असे स्पष्ट करावे लागते. कोणत्या काळावर निर्देशांक काढायचा हे सुद्धा ठरविले पाहिजे. एकदा उद्देश निश्चित झाला म्हणजे हे सुद्धा ठरविले पाहिजे. एकदा उद्देश निश्चित झाला म्हणजे पुढील बाबी सोप्या होतात.

(२) आधार वर्षाची निवड - (Choice of base yearer perird)

निर्देशांकामध्ये आपण नेहमी सध्याच्या किंमतीची दुसऱ्या कोणत्यातरी किंमतीबरोबर तुलना करतो ही तुलना करण्यासाठी आपल्याला कोणतेतरी आधारभूत वर्ष किंवा काळ निवडावा लागतो. व त्या आधारभूत वर्षातील किंमतीबरोबर तुलना करतो. आधारभूत वर्ष किंवा विशिष्ट काळ कसा निवडावा. यासंबंधी मार्गदर्शक तत्वे पुढील प्रमाणे आहेत.

- (अ) आधारभूत वर्ष हे फार पाठीमागचे नसावे. म्हणजे २०१० सालच्या निर्देशांकासाठी १९५० हे आधारभूत वर्ष नसावे. कारण अशा प्रकारच्या तुलनेतून काहीच निष्पन्न होत नाही. सर्वसाधारणपणे आधारवर्ष हे नजिकच्या १० ते १५ वर्षातील असावे.
- (ब) आधारवर्ष शक्यतो सर्वसाधारण वर्ष (Normal year) असावे. आधार वर्ष हे किंमतीच्या दृष्टीने शांततापूर्ण व स्थिर असावे. म्हणजे आधारवर्षात किंमती या शक्यतोवर वर्षभर स्थिर असाव्यात व बदल असेलच तर ते किरकोळ असावे.
- (क) आधार वर्ष हे शांततापूर्ण असावे म्हणजे सर्व साधारण वर्ष (Normal year) असावे. आधारवर्षामध्ये युद्ध, पुर, दुष्काळ, वादळ यांसारख्या घटना घडलेल्या नसाव्यात. कारण या प्रकारच्या घटनांमुळे किंमतीवर परिणाम होतो. म्हणून आधार वर्ष हे शांतता पूर्ण असावे.

(३) वस्तुची निवड - (Selection of commodities)

आपण आपल्या दैनंदिन व्यवहारात हजारो प्रकारच्या विविध वस्तु वापरत असतो. या सर्व वस्तूचा समावेश निर्देशांकात करणे शक्य नसते. त्यामुळे यापैकी काही वस्तूच फक्त निर्देशांकात निवडाव्या लागतात. या वस्तू विचारपूर्वक निवडाव्या, सर्वसाधारणपणे वस्तू निवडताना त्या समाजाच्या ज्या घटकाचा आपण विचार करतो त्या घटकातील बहुसंख्य लोकांच्या वापरातील असाव्यात उदा. मोटार ही वस्तू समाजातील फारच थोडे लोक वापरत असतील तर त्या वस्तूचा समावेश निर्देशांकात करू नये. तसेच ज्या वस्तू वर खर्चाचा मोठा हिस्सा वापरला जातो अशा जीवनावश्यक वस्तूंचा समावेश निर्देशांकात करावा.

निर्देशांकासाठी जेवढ्या अधिक वस्तूंची निवड केली जाईल तेवढा निर्देशांक अधिक काटेकोर येतो. वस्तूंची निवड करताना अनेक बाबींची काळजी घ्यावी लागते. कारण वस्तूंची निवड चुकीची झाली तर निर्देशांक निरुपयोगी ठरतात.

(४) वस्तूंच्या किंमती गोळा करणे (Collection of peices)

ज्या वस्तूंची निवड करतो त्या वस्तूंच्या किंमती आपल्याला गोळा कराव्या लागतात. जर देशभरातील सर्वेसाठी निर्देशांक तयार करायचा असेल तर देशातील काही ठराविक शहरे, खेडी निवडतात तय शहरातील विशिष्ट दुकाने निवडतात. व दर आठवड्याला अशा दुकानांतून ज्या वस्तू निवडल्या आहेत. त्यांच्या किंमती मागविल्या जातात. किंमती गोळा करताना खालील मार्गदर्शक तत्वाचा अवलंब केला जातो.

- (अ) रोख किंमत विचारात घ्यावी उधारीची किंमत विचारात घेऊ नये.
- (ब) वस्तूंच्या एकल्या बाजारातील किंमती विचारात घ्याव्यात काळ्या बाजारातील नव्हेत.
- (क) वस्तूंच्या नियंत्रणाखालील किंमती विचारात घ्याव्यात.
- (ड) जर वस्तूवर काही रोख सुट असेल तर ती विचारात घ्यावी.
- (इ) वस्तूंच्या किंमती विचारात घेताना आधार वर्षाच्या किंमती उपलब्ध आहेत हे पहावे.

(५) निर्देशांकाची पद्धत - (Method of constrachion)

निर्देशांक तयार करण्याच्या आधार वर्षाप्रमाणे दोन पद्धती आहेत. एका पद्धतीत एक ठराविक वर्ष आधार वर्ष म्हणून घेतले जाते. Fix base Method दुसऱ्या पद्धतीत काही फायदे व काही तोटे आहेत. तेव्हा आपण

कोणती पद्धत निवडावी हे ठरवावे लागते.

(६) सरासरीची निवड

निर्देशांक म्हणजे वस्तूची सरासरी किंमत असते. पण सरासरीचे अनेक प्रकार असतात. उदाहरणार्थ मध्य, मध्यका, बहुलक, भौमितीक मध्य, यांपैकी कोणता प्रकार उपयोगात आणावा हा प्रश्न असतो. यापैकी मध्यका व बहुलकाचा उपयोग निर्देशांकासाठी केला जात नाही. म्हणजेच निर्देशांकासाठी समांतर मध्य किंवा भौमितीक मध्याचा उपयोग केला जातो. बऱ्याचदा भौमितीक मध्याऐवजी समान्तर मध्याचा उपयोग निर्देशांकासाठी केला जातो. कारण हे मध्य काढण्यास सोपे असते. याउलट भौमितीक मध्य काढणे किचकट असते पण निर्देशांकात जेव्हा अधिक अचूकता आवश्यक असते तेव्हा मात्र भौमितीक मध्याचाच उपयोग केला जातो.

(७) भाराची निवड (Choice of weights)

निर्देशांक काढताना योग्य भाराची निवड हा एक अवघड प्रश्न असतो. उपयोगातील सर्व वस्तूचे महत्व सारखे नसते. त्यामुळे त्या वस्तूचे महत्व लक्षात घेऊन निर्देशांक काढावयास पाहिजेत. वस्तूचे महत्व दशुविण्यासाठी भार दिले जातात. भार म्हणजे वस्तूचे उपयोगातील महत्व सांगणारी काल्पनिक संस्था होय. त्यातून दोन प्रकारचे निर्देशांक तयार होतात. (१) अभारित निर्देशांक (unweighted index Number) (२) भारित निर्देशांक (weighted index Numbers)

अभारित निर्देशांक म्हणजे भार लक्षात न घेता काढलेला निर्देशांक होय. याउलट भार लक्षात घेऊन काढलेला निर्देशांक भारांकित निर्देशांक म्हणतात.

यातून प्रश्न निर्माण होतो की निर्देशांक हे अभारित असावेत की, भारीत निर्देशांक असावेत तसेच कोणत्या प्रकारचे भार असावेत या संदर्भात सांख्यिकी तज्ञान एकमत नाही. पण हे मात्र खरे की, अभारित निर्देशांकापेक्षा भारीत निर्देशांक अधिक काटेकोर मानले जातात.

(८) योग्य सूत्राची निवड - (Selection of formula)

निर्देशांक काढण्याची सुत्रे विकसित झाली असून यापैकी कोणत्या सूत्राचा उपयोग करावा हा प्रश्न असतो. सूत्राची निवड करताना फक्त निर्देशांकाचा उद्देश लक्षात घेऊन चालत नाही तर उपलब्ध आकडेवारीचाही विचार करावा लागतो. निर्देशांकासाठी फिशरचे सूत्र श्रेष्ठ मानले जाते. या सूत्राला आदर्श निर्देशांक (Ideal index Number) म्हणतात.

८.१.६ निर्देशांकाच्या मर्यादा (Limitation of Index Number)

व्यवहारात निर्देशांक फार उपयोगी आहे आर्थिक हालचालीचा तो वायुभार मापक आहे परंतु निर्देशांक संपुर्ण खात्रीशिर नाही. त्यावर पुढील मर्यादा येतात.

(१) नमुन्यावर आधारित

निर्देशांक हा नमुन्यावर आधारित आहे. केवळ नमुना म्हणून वस्तू घेऊन त्याच्या किंमतीच्या आधारे निर्देशांक तयार करतात. वस्तू नमुना चुकीचा असल्यास त्यानुसार काढलेले निष्कर्ष अचूक नसतात. म्हणून नमुना निवडताना कमीत कमी चुका असतील याची काळजी घ्यावी लागते.

(२) उपभोक्त्याची वागण्याची पद्धत

उपभोक्त्याच्या सवयी व आवडीत हळूहळू बदल होत आहे. सध्या उपभोक्त्याचा उच्चप्रतीच्या (Superias) वस्तू वापरण्याकडे जास्त कल आहे. आणि अशा वस्तूंच्या किंमती जास्त असतात. त्यामुळे किंमतीचा निर्देशांक उंचावतो. म्हणजेच उपभोक्त्यांच्या सवयींना व आवडत बदल होत असल्यामुळे निर्देशांकात वाढ होत आहे. त्यामुळे आलेले निर्देशांक विश्वासाह असतात.

(३) सोयीचे मुळ वर्ष

निर्देशांक काढताना आधारवर्ष किंवा मुळ वर्षातील परिस्थिती बरोबर चालू वर्षातील परिस्थितीची तुलना केली जाते. निर्देशांक काढताना मुळ वर्ष हे सर्वसाधारण (Normal) वर्ष पाहिजे. परंतु व्यक्ती मुळ वर्ष निवडताना आपल्या सोयीचे मुळ वर्ष (Base Year) किंवा कालखंड निवडतो त्यामुळे निर्देशांकाला मर्यादा येते.

(४) सुत्राची उणीव

निर्देशांकाच्या रचनेसाठी अचूक सुत्र नाही ते फक्त सरासरी आहे निर्देशांकांच्या रचनात्मक बांधणीमधील सरासरी संदर्भातील कमतरतेमुळे निर्देशांकाला सामोरे जावे लागते. सरासरीचे विविध प्रकार आहेत. विविध सरासरी पासून (मध्य, मध्यमा, भौतिक मध्य) सापेक्ष मर्यादा आहेत प्रत्येक सुत्रात मर्यादा आहेत.

तसेच निर्देशांक काढतांना विविध पद्धती व विविध सुत्राचा वापर केल्याने निर्देशांक वेगवेगळे मिळतात. त्यामुळे निर्देशांक काढण्याच्या पद्धतीत तफावत पडते.

(५) प्रवृत्ती दर्शक

निर्देशांक हे प्रवृत्ती दर्शक आहेत. त्यात निश्चीतता व अचूकता आढळत नाही.

(६) विशीष्ट उद्दिष्ट

एक विशीष्ट उद्दिष्ट समोर ठेऊन निर्देशांक तयार करतात निर्देशांकाला मर्यादीत व्याप्ती आहे. कारण एका हेतुने तयार केलेले निर्देशांक हे दुसऱ्या कोणत्याही हेतूसाठी वापरले जात नाहीत.

(७) बेजीक भार -

वजन व किंमत निर्देशांक मापनाच्या चुकीच्या पद्धती आणि त्याचे नियंत्रण यामुळे निर्देशांकावर मर्यादा येते निरनिराळ्या वस्तूंना भार दिला जातो. तोही बेजीक दिला जातो.

(८) आकडेवारीवर आधारित

निरनिराळ्या प्रकारच्या अपूऱ्या आकडेवारीवर निर्देशांक आधारित आहे. त्याच आधारावर आकडेवारी गोळा केली आहे. साधा परिणाम निर्देशांकाचा निर्देशांकाच्या निष्कर्षावर होतो. हा आकडेवारीचा आधार पुर्ण नियंत्रीत नसतो.

८.२ निर्देशांकाचे प्रकार - (Types of Index Number)

निर्देशांक अनेक प्रकारचे आहेत परंतु त्यातील काही प्रकार खालीलप्रमाणे

(१) किंमत निर्देशांक (Peice Index)

किंमत निर्देशांक हे एका विशिष्ट गटातील वस्तूंच्या किंमतीची पायाभूत वर्षाच्या अथवा विशिष्ट काळातील किंमतीशी तुलना करतात. पैशाची खरी किंमत काढण्यासाठी या निर्देशांकाचा उपयोग केला जातो. सर्व प्रकारच्या निर्देशांकांमध्ये किंमत निर्देशांक महत्वाचा असून त्याचा उपयोग व्यवसाय व अर्थशास्त्रात अनेक प्रकारे केला जातो. किंमत निर्देशांकात खालील निर्देशांक येतात.

(अ) घाऊक किंमत निर्देशांक (Whole sale peice index) या निर्देशांकाच्या सहाय्याने देशातील सर्वसाधारण किंमतीची पातळी मोजता येते. व त्याची तुलना करता येते. आपल्या देशात अधिकृत असा घाऊक किंमत निर्देशांक 'मिनिस्ट्री ऑफ कॉमर्स' मार्फत प्रसिद्ध केला जातो.

(ब) किरकोळ किंमत निर्देशांक (Retail peiceindex) या निर्देशांकाच्या सहाय्याने बाजारातील विविध वस्तूंच्या किरकोळ विक्री किंमतीची तुलना केली जाते यामध्ये जिवनावश्यक वस्तू, बँकेतील ठेवी, शेअर्सचे भा, इ. गोष्टी विचारात घेतल्या जातात. भारतात हे निर्देशांक 'मिनिस्ट्री ऑफ लेबर' तयार करते व ते शहरी भागासाठी वेगळा निर्देशांक व खेडे गावासाठी वेगळा निर्देशांक असे प्रसिद्ध केले जातात.

(क) जीवनमुल्य निर्देशांक (Costof living index) जीवनमूल्य निर्देशांक हा किरकोळ किंमत निर्देशांकाचा एक भाग आहे. या निर्देशांकाच्या सहाय्याने समाजातील विशिष्ट घटकातील लोकांच्या खरेदी शक्तीवर किंमतीच्या बदलाचा कसा परिणाम होतो. हे मोजता येते. व या निर्देशांकाचा उपयोग करून खाण कामगार विविध औद्योगिक वसाहतीमधील कामगार यांचे पगार निश्चित केले जातात.

(२) वजन निर्देशांक (Quantity index)

देशाच्या दृष्टीने जसे वस्तूंच्या किंमतीला महत्व असते. तसेच वस्तूंच्या वजनाला म्हणजेच संख्येला महत्व असते. शेतमालाचे उत्पादन किती झाले? कारखान्यातून तयार होणारा माल किती तयार झाला. रोजगारीचे

प्रमाण काय आहे? इ. गोष्टी त्यांच्या संख्यांच्या प्रमाणात मोजल्या जातात. अशा संख्यांचे निर्देशांक म्हणजे 'वजन निर्देशांक' (Quantily inded) होत. हे निर्देशांकही देशाच्या प्रगतीच्या दृष्टीने देशाच्या आर्थिक व्यवहारात महत्वाचा भाग उचलतात.

(३) मुल्य निर्देशांक (Value inded)

काही विशिष्ट गोष्टीबाबत केवळ किंमत निर्देशांक अथवा वजन निर्देशांक विचारात घेऊन चालत नाही. उदा. विक्री. परदेशाशी केलेला व्यापार, बँकेतील ठेवी, बँकेने दिलेल्या कर्जाच्या रकमा, बँकेची वसुली इ. यामध्ये यांची मुल्ये म्हणजेच किंमत व वजन यांचा गुणाकार किंवा त्याचा विचार करून काढलेले मुल्य विचारात घ्यावे लागते. अशा निर्देशांकाला मुल्य निर्देशांक (Value index) असे म्हणतात.

(४) औद्योगिक निर्देशांक (Industrial index)

औद्योगिक उत्पादनाचे मात्रात्मक बदल मापन करण्यासाठी हा निर्देशांक तयार करतात. विशिष्ट वर्ष आधार मानून त्या नंतरच्या वर्षातील औद्योगिक उत्पादनात वाढ किंवा घट या निर्देशांकाने सांगता येते. औद्योगिक प्रगतीचे मुल्यमापन या निर्देशांकांच्या सहाय्याने करतात.

(५) इतर निर्देशांक

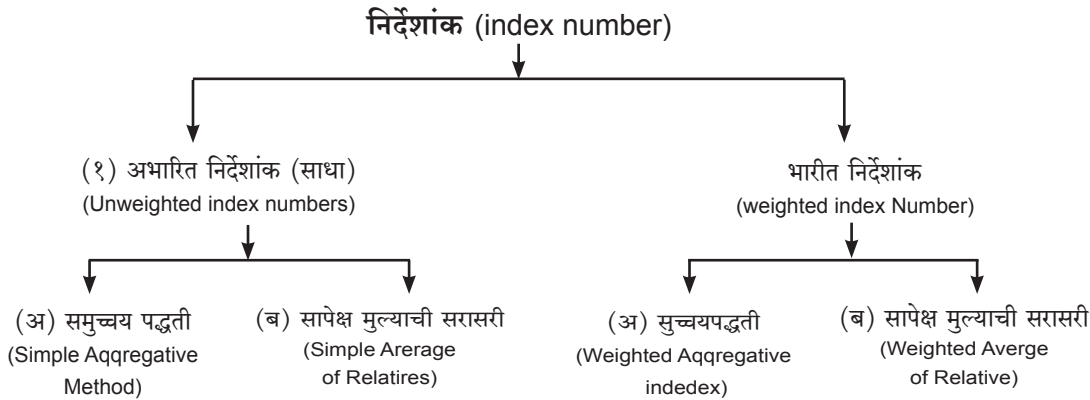
वरील निर्देशांकाशिवाय किंमत निर्देशांकातील संकल्पनांचा उपयोग करून इतर अनेक प्रकारचे निर्देशांक तयार केले जातात. उदा. नफा निर्देशांक, उत्पादन निर्देशांक, अपघात निर्देशांक इ.

८.३ किंमत निर्देशांक (Peice index Number) किंवा निर्देशांक तयार करण्याच्या पद्धती (Method of construaton of index Number)

निर्देशांक काढण्यासाठी भिन्न सुत्रांचा उपयोग केला जातो त्या सुत्रांचे दोन विभागात विभाजन केले जाते.

(अ) अभांरित निर्देशांक किंवा साधा निर्देशांक (unweighted or simple index numberrrs)

(ब) भांरित निर्देशांक (weighted index number)



(१) अभांरित किंवा साधा निर्देशांक (Unweighted or simple index Numbers)

(अ) साधी समुच्चय पद्धती (Simple Aqqregate Methed)

निर्देशांक काढण्याची ही सर्वात सोपी पद्धती आहे. या पद्धतीत प्रस्तुत वर्षातील भिन्न वस्तूच्या किंमतीच्या बेरजेला आधार वर्षातील वस्तूच्या किंमतीच्या बेरजेने भागाकार करून १०० ने गुणाकार केला जातो.

सुत्राच्या रूपात हे पुढील प्रमाणे मांडले जाते.

$$\frac{P_{01}}{\text{(निर्देशांक)}} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100$$

P01 प्रस्तुत वर्षाचा आधार वर्षावरील निर्देशांक

$\sum p_1$ प्रस्तुत वर्षातील भिन्न वस्तूच्या किंमतीची बेरीज

$\sum P_0$ आधार वर्षातील किंमत (Peice of current year)

P_1 प्रचलित वर्षातील किंमत (Peice of Current year)

उदाहरण खालील माहितीच्या आधारे समुच्चय पद्धतीने २००३ वर्षाचा १९९५ चा आधार वर्षावर अभारित निर्देशांक माहित करा.

वस्तू	१९९५ ची किंमत	२००३ ची किंमत
	रु	रु
A	१००	११०
B	१०	९
C	५	४
D	४	२
E	०१	०१

(१) प्रथम प्रस्तुत वर्षातील भिन्न वस्तूच्या किंमतीची बेरीज करा म्हणजे $\sum P_1$ मिळते.

(२) आधार वर्षातील भिन्न वस्तूच्या किंमतीची बेरीज करा म्हणजे $\sum P_0$ मिळते.

(३) $\sum P_1$ ला $\sum P_0$ ने भागाकार करा व गुणोत्तराला १०० ने गुणाकार करा.

कृती (Solution)

वस्तू	१९९५ च्या किंमती P_0	२००३ च्या किंमती P_1
A	100	110
B	10	09
C	05	04
D	04	02
E	01	01
	120	126

$$\sum P_0 = 120$$

$$\sum P_1 = 126$$

$$P_{01} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100$$

$$P_{01} = \frac{126}{120} \times 100 = 105$$

$$(P9503) = 1.05 \times 100 = 105$$

याचा अर्थ असा की १९९५ वर्ष गृहित धरता २००३ ह्या प्रस्तुत वर्षाचा निर्देशांक १०५ आहे. याचा अर्थ १९९५ च्या तुलनेत २००३ वर्षातील वस्तूच्या किंमती ५% ने जास्त झाल्या आहे.

मर्यादा

(१) साधा समुदाय पद्धतीत किंमतीच्या सापेक्ष बदलाचा विचार केलेला नाही.

(२) या पद्धतीत एककात होणाऱ्या बदलानुसार निर्देशांकात बदल होतो.

(ब) सापेक्ष मुल्याची सरासरी पद्धती (Simple or Unweighted index Numbers)

अभारित निर्देशांक माहित करण्याची ही दुसरी पद्धती आहे.

(१) या पद्धतीने निर्देशांक काढताना प्रत्येक वस्तूची सापेक्ष किंमत (मूल्य) माहित करावे लागते.

(२) त्यानंतर मिळालेल्या सापेक्ष किंमतीच्या मुल्यांची बेरीज केली जाते.

(३) येणाऱ्या बेरजेला वस्तूच्या संख्येने भागाकार करून सापेक्ष मुल्याची सरासरी काढली जाते. सुत्राच्या रूपाने ही पद्धत खालील प्रमाणे मांडली जाते.

$$P_{01} = \frac{\sum \left(\frac{P_1}{P_0} \right) \times 100}{N}$$

P_{01} = प्रस्तुत वर्षाचा आधार वर्षावरील निर्देशांक

$\sum \left(\frac{P_1}{P_0} \right) =$ वस्तुच्या सापेक्ष किमतीची बेरीज

उदाहरण - खालील माहितीच्या आधारे सापेक्ष मूल्य सरासरी पद्धतीने अभारित निर्देशांक काढा.

उदाहरण

वस्तू	किंमत 1991	किंमत 1992
A	10	09
B	04	05
C	06	08
D	11	13
E	06	08

कृती -

वस्तू	किंमत 1991(P_0)	किंमत 1992(P_1)	सापेक्ष किमती मूल्य $\frac{P_1}{P_0} \times 100$
A	10	09	$\frac{9}{10} \times 100 = 90$
B	04	05	$\frac{5}{4} \times 100 = 125$
C	06	08	$\frac{8}{6} \times 100 = 133$
D	11	13	$\frac{13}{11} \times 100 = 118$
E	06	08	$\frac{8}{6} \times 100 = 133$
			$\sum \left(\frac{P_1}{P_0} \times 100 \right) = 599$

$$P_{01} = \frac{\sum \left(\frac{P_1}{P_0} \times 100 \right)}{N}$$

N म्हणजे एकूण वस्तूची संख्या होय. एकूण वस्तूची संख्या 0.5 आहे.

$$P_{01} = \frac{599}{0.5} \times 119.8 \text{ किंवा } 120$$

- गुण - (१) या पद्धतीत सर्व वस्तूंना सारखा भार दिला जातो.
 (२) या पद्धतीत वस्तूच्या एककाच्या निर्देशांकारवर परिणाम होत नाही.
 (३) या पद्धतीत प्रत्येक वस्तूच्या किमतीचा निर्देशांक माहित केला जातो.
- दोष - (१) सरासरीची निवड करणे अवघड असते.
 (२) निर्देशांकात सर्व वस्तूंना सारखा भार देणे बरोबर नाही.

(२) भारित निर्देशांक (Weighted index Number)

अभारित निर्देशांकात सर्व वस्तूंना सारखे महत्त्व दिलेले असते. असे निर्देशांक वास्तवतेपासून दूर असतात. त्यामुळे निर्देशांक काढताना त्या वस्तूचे भार किंवा महत्त्व लक्षात घेतले पाहिजे. भारित निर्देशांक व अभारित निर्देशांक यातील महत्वाचा फरक म्हणजे भारित निर्देशांकात वस्तूंना भार दिलेला असतो. म्हणून अभारित निर्देशांकापेक्षा भारित निर्देशांक आधीक चांगले मानले जाते.

भारित निर्देशांक काढण्याच्या दोन पद्धती आहेत.

- (१) समुच्चय पद्धती (Weighted Aqqregative method)
- (२) सापेक्ष मुल्याची सरासरी पद्धत (Weighted Average of Relative)

(१) समुच्चय पद्धती (Weighted Aqqregative method)

या पद्धतीत भारित निर्देशांक काढण्यासाठी वेगवेगळ्या सुत्रांचा उपयोग केला जातो. यापैकी काही पद्धती पुढील प्रमाणे. (१) लासपिअर्स पद्धती (२) पाश्च पद्धती (३) फिशरची पद्धती

८.३.२ लासपिअर्सची पद्धती (Laspear's Methed)

लासपीअर्स या सांख्यिकी तज्ञांनी भारित निर्देशांक काढताना वस्तूचा मुळ वर्षातील भार लक्षात घेतला आहे. या निर्देशांकात किमतीना आधार वर्षाची वजने भार म्हणून घेतात सुत्र खालील प्रमाणे

$$L = P_{01} = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$$

P_{01} = प्रस्तुत वर्षाचा आधार वर्षावरील निर्देशांक

- (१) $\sum P_1 Q_0$ = प्रस्तुत वर्षातील वस्तूच्या किमतीला मुळ वर्षातील भाराने गुणाकार करून येणारी बेरीज.
- (२) $\sum P_0 Q_0$ = वस्तूच्या आधार वर्षातील किमतीला मूळ वर्षातील भाराने गुणाकार करून त्याची येणारी बेरीज.
- (३) $\sum P_1 Q_0$ ला $\sum P_0 Q_0$ = ने भागाकार करून येणाऱ्या गुणोत्तरास १०० ने गुणाकार करा म्हणजे प्रस्तुत वर्षाचा निर्देशांक मिळतो.

८.३.२.१ पाश्चेस पद्धती (Pasches Method)

या पद्धतीत प्रस्तुत वर्षातील वस्तूच्या मात्रा ह्या भार म्हणून उपयोगात आणल्या जातात. त्यानुसार निर्देशांक काढला जातो. त्यासाठी खालील सुत्राचा उपयोग केला जातो.

$$P = P_{01} (\text{पाश्चेस}) = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 100$$

या निर्देशांकात सध्यच्या वर्षाची वजने भार म्हणून वापरली जातात.

- (१) P_{01} = प्रस्तुत वर्षाच्या आधार वर्षावरील निर्देशांक
- (२) वस्तूच्या प्रस्तुत वर्षातील किमतीला प्रस्तुत वर्षातील भाराने गुणाकार करून येणाऱ्या उत्पादनाची (Products) बेरीज म्हणजे $\sum P_1 P_1$ होय.
- (३) वस्तूच्या मुळ वर्षातील किमतीला प्रस्तुत वर्षातील भाराने गुणाकार करून येणाऱ्या उत्पादाची बेरीज म्हणजे $\sum P_1 Q_1$ होय.
- (४) $\sum P_1 Q_1$ ला ने $\sum P_0 Q_1$ भागाकार करून येणाऱ्या गुणोत्तरास १०० ने गुणाकार केला असता पाश्चेसचा निर्देशांक मिळतो.

८.३.३ फिशरचा आदर्श निर्देशांक (Fishers Ideal Index Number)

हा निर्देशांक काढण्यास लासपिअर्सचा आणि पाश्चेचा निर्देशांक वापरतात. फिशरच्या निर्देशांकाचे सूत्र खालील प्रमाणे.

$$F = \sqrt{L \times P} \text{ किंवा } F = P_{01} \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0 \times \sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_0 \times \sum P_0 Q_1}} \times 100$$

आता निर्देशांकाच्या विविध सूत्रात फिशरचे सूत्र हे आदर्श सूत्र मानले जाते. कारण लासपिअर्सच्या सूत्रातील दोष असा की, तो वस्तुचा आधार वर्षातील भार लक्षात घेऊन निर्देशांक काढतो तर पाश्चेस हा वस्तुचा प्रस्तुत वर्षातील भार लक्षात घेतो. त्यामुळे दोघांच्याही निर्देशांकात त्रुटी आहेत. याउलट फिशर निर्देशांक काढतांना वस्तूचा एकाच वेळी आधार वर्षातील व प्रस्तुत वर्षातील भार लक्षात घेतो. दुसरे वैशिष्ट्य म्हणजे फिशर निर्देशांकासाठी सरासरीच्या 'मध्य' चा उपयोग करित नाही. तर त्याचा निर्देशांक हा भौमितीक मध्यावर आधारित आहे. त्यामुळे फिशरचे निर्देशांकाचे सूत्र म्हणजे लासपिअर्स व पाश्चेसच्या सूत्राचे भौमितीक मध्य होय.

या सूत्राला किंवा फिशरच्या निर्देशांकाला आदर्श निर्देशांक म्हटले जाते. कारण

- (१) हे सूत्र भौतिक मध्यावर आधारित आहे. व भौमितीक मध्य हे सर्व मध्यात श्रेष्ठ मानले जाते.
 - (२) या पद्धतीत निर्देशांक काढताना मुळ वर्षातील व प्रस्तुत वर्षातील वस्तूच्या किंमती व भार लक्षात घेऊन निर्देशांक काढला जातो.
 - (३) शिवाय हे सूत्र निर्देशांकाच्या काळ उत्क्राम्य व घटक उत्क्राम्य चाचणीची पूर्तता करते.
 - (४) हे सूत्र ग्रह दुषित नाही कारण यात एकाच वेळी दोन भिन्न भार उपयोगात आणले जातात.
- उदा. खालील माहितीसाठी फिशरचा निर्देशांक काढा.

वस्तू	1980		1982	
	किंमत	वजन	किंमत	वजन
A	5	10	4	12
B	8	06	07	07
C	6	03	05	04

उत्तर : येथे दोन वर्षांची माहिती दिली आहे. १९८० हे आधार वर्ष घेऊ.

- ∴ $P_1 = १९८२$ मधील किंमती
 $P_0 = १९८०$ मधील किंमती
 $Q_0 = १९८२$ मधील वजने
 $Q_1 = १९८२$ मधील वजने

आता आपल्याला P_0Q_0 , P_1Q_0 , P_1Q_1 व P_0Q_1 असे स्तंभ करावे लागतील व खालील कोष्टक तयार होईल.

वस्तू	1980		1982	
	किंमत	वजन	किंमत	वजन
	P_0	Q_0	P_1	Q_1
A	5	10	4	12
B	8	6	7	7
C	6	3	5	4

P_0Q_0	P_1Q_0	P_1Q_1	P_0Q_1
50	40	48	60
48	42	49	56
18	15	20	24

$$\begin{array}{l} \sum P_0 Q_0 \\ = 116 \end{array} \quad \begin{array}{l} \sum P_1 Q_0 \\ = 97 \end{array} \quad \begin{array}{l} \sum P_1 Q_1 \\ = 117 \end{array} \quad \begin{array}{l} \sum P_0 Q_1 \\ = 140 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{लासपिअर्सचा निर्देशांक } L &= \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100 \\ &= \frac{97}{116} \times 100 \\ &= 83.62 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{पाश्चेचा निर्देशांक } P = P_{01} &= \frac{97}{116} \times 100 \\ &= \frac{117}{140} \times 100 \\ &= 83.57 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{फिशरचा निर्देशांक } F &= \sqrt{L \times P} \\ F &= \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_0} \times \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}} \times 100 \\ &= \sqrt{83.62 \times 83.57} \\ &= 83.59 \end{aligned}$$

उदा. २ खालील माहितीसाठी फिशरचा निर्देशांक काढा.

आधार वर्ष			चालू वर्ष	
वस्तू	किंमत	वजन	किंमत	वजन
A	2	6	4	06
B	5	10	6	15
C	10	14	15	10

उत्तर :

आधार वर्ष			सध्याचे वर्ष	
वस्तू	किंमत	वजन	किंमत	वजन
	P_0	Q_0	P_1	Q_1
A	2	6	4	6
B	5	10	6	15
C	10	14	15	10

$P_0 Q_0$	$P_1 Q_0$	$P_1 Q_1$	$P_0 Q_1$
12	24	24	12
50	60	90	75
140	210	150	100
202	294	264	187

$$L = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100 = \frac{294}{202} \times 100 = 145.54$$

$$P = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 100 = \frac{264}{187} \times 100 = 141.18$$

$$F = \sqrt{L \times P}$$

$$= \sqrt{145.54 \times 141.18}$$

$$= \sqrt{20547.33}$$

$$= 143.34$$

(२) सापेक्ष मुल्याची सरासरी पद्धतीने भारित निर्देशांक (Weighted Index Number by Average of Relative Peices)

आत्तापर्यंत भारित निर्देशांकाच्या भिन्न पद्धतीचा विचार करतांना सापेक्ष किंमतीचा विचार केला नाही. सरासरी सापेक्ष किंमत (Average of Relative Peice) पद्धतीने निर्देशांक काढतांना खालील पायऱ्या पूर्ण केल्या जातात.

- (१) प्रत्येक वस्तूची सापेक्ष किंमत $\left(\frac{P_1}{P_0} \times 100 \right)$ काढा.
- (२) आलेल्या किंमतीला किंवा मुल्यांना वस्तूच्या भारानी गुणाकार करा.
- (३) मिळालेल्या उत्पादनाची बेरीज करा.
- (४) उत्पादनाच्या बेरजेला भाराच्या बेरजेनी (एकूण भार) भागाकार करा.
- (५) खालील सुत्राचा वापर करा

$$P_{01} = \frac{\sum PV}{\sum V}$$

P = सापेक्ष किंमत निर्देशांक (वस्तूचा निर्देशांक)

V = वस्तू किंमत भार ($P_0 Q_0$)

उदा. खालील तक्त्यात १९९५ आणि २००१ वर्षातील विविध वस्तूच्या किंमती दिल्या आहेत. त्याच्या मदतीने २००१ ह्या प्रस्तुत वर्षाचा १९९५ चा आधार वर्षावर सरासरी सापेक्ष किंमत पद्धतीने निर्देश काढा.

वस्तू	1995		2001
	किंमत (per k.g.m)	माल (Quantity k.g.m)	किंमत
A	6	50	10
B	2	100	2
C	4	60	6
D	10	30	12
E	8	40	12

कृती - Solution

वस्तू	1995			2001		
	किंमत P_0	भार Q_0	किंमत×भार=V $P_0 \times Q_0 = V$	किंमत P_1	$\frac{P}{P_0} \times 100$	P V
A	06	50	300	10	$\frac{10}{6} \times 100 = 166.6$	$166.6 \times 50 = 50000$
B	02	100	200	02	$\frac{2}{2} \times 100 = 100$	$100 \times 200 = 20000$
C	04	60	240	06	$\frac{6}{4} \times 100 = 150$	$150 \times 240 = 36000$
D	10	30	300	12	$\frac{12}{10} \times 100 = 120$	$120 \times 300 = 36000$
E	08	40	320	12	$\frac{12}{8} \times 100 = 150$	$150 \times 320 = 48000$
			1360			= 190000

$$P_{01} = \frac{\sum PV}{\sum V}$$

$$\text{Index number Price } P_{01} = \frac{190000}{1360} = 139.7$$

८.४ राहणीखर्च निर्देशांक किंवा ग्राहक किंमत निर्देशांक (Cost of Living Index number or Consumer price index number)

ग्राहक किंमत निर्देशांकाला राहणी खर्च निर्देशांक असेही म्हणतात. राहणी खर्च निर्देशांकात व सेवांच्या किंमतीत झालेला बदलाचा परिणामाचा विशिष्ट वर्गातील लोकांचा खरेदी शक्तीवर होणाऱ्या (परिणामाचा) प्रस्तुत काळातील व आधार काळातील तुलनात्मक अभ्यास असतो. त्यामुळे ग्राहक किंमत निर्देशांकाच्या मदतीने किंमतीत होणाऱ्या बदलामुळे कामगारांच्या राहणीमानात झालेला बदल लक्षात येतो. इतर निर्देशांकाच्या मदतीने हा परिणाम लक्षात येत नाही. भिन्न स्तरातील उपभोक्ते भिन्न वस्तूंचा उपभोग घेतात. तसेच एकाच स्तरातील सर्व उपभोक्ते सर्व वस्तूंचा सारख्या प्रमाणात उपभोग घेत नाहीत. म्हणूनच गरीब, मध्यम व श्रीमंत माणसाच्या उपभोग प्रवृत्ती भिन्न असतात. एवढेच नाही तर एकाच वर्गातील उपभोक्त्यांचा उपभोग हा भिन्न असतो. वस्तूंच्या किंमतीत होणाऱ्या बदलाचा विविध ठिकाणच्या उपभोक्त्यांच्या राहणी खर्चावर काय आणि कसा परिणाम होतो. याचा विचार राहणीखर्च निर्देशांकात केला जातो. त्यामुळेच वेतनाची मागणी ही अशा निर्देशांकावर अवलंबून असते. म्हणून त्याचे महत्व अधिक आहे. बहुतेक राष्ट्रातील कामगारांचे वेतन अशा राहणी खर्च निर्देशांकाशी जोडलेले असतात.

राहणीखर्च निर्देशांक राहणीमानाचा खर्च मोजत नाही तर एखाद्या ग्राहकाला किंवा उपभोक्त्याला एखाद्या उपभोग्य वस्तूंच्या किंमतीत होणाऱ्या वाढीमुळे पूर्वापेक्षा किती अधिक किंमत द्यावी लागते. एवढेच मोजले जाते.

८.४.१ निर्देशांक रचनेच्या मुख्य पायऱ्या Step in construction

Main steps in the construction of cost of living index number

(१) व्याप्ती आणि कार्यक्षेत्र - (Scope and coverage)

निर्देशांक काढताना समाजातील कोणत्या विशिष्ट घटकांसाठी आपण निर्देशांक तयार करणार आहोत. ते अगोदर निश्चित करावे. उदा. औद्योगिक कामगारांसाठीचा निर्देशांक, सरकारी कर्मचाऱ्यांचा निर्देशांक, कमी किंवा मध्य उत्पन्न गटातील लोकांचा निर्देशांक इ.

- (१) कुटुंबाच्या अंदाजपत्रकीय चौकशीचा असा उद्देश असला पाहिजे की, उपभोगाच्या विविध वस्तुवरील कुटुंबाची सरासरी खर्चाची रक्कम निर्देशीत झाली पाहिजे.
- (२) विभाग - निर्देशांक तयार करताना भौगोलिक विभाग केले पाहिजे. औद्योगिक विभाग किंवा शहरातील विशिष्ट ठिकाण असे विभाग करावेत. आणि त्यानंतर त्यात आर्थिक प्राप्तीनुसार लोकांचा समूह ठरवावा.
- (३) कुटुंबाची अधिक चौकशी - (Family Budget Enquiry) - निर्देशांक काढताना ते कुटुंबे किंवा लोकांचा समूह कोणत्या उत्पन्न गटातील आहे म्हणून त्या कुटुंबांपैकी काही कुटुंबाची आपणास नमूना म्हणून निवड करावी लागेल. आणि ज्या काही कुटुंबांची आपण नमुना म्हणून निवड केली असेल त्या कुटुंबाची पूर्णपणे आर्थिक माहिती घेतली पाहिजे. नमुना हा पर्याप्त किंवा समप्रमाणात असला पाहिजे.
- (४) आधारवर्ष - निर्देशांकामध्ये आपण नेहमी सध्याच्या किमतीची दुसऱ्या कोणत्या तरी वर्षाच्या किमतीबरोबर तुलना करतो ही तुलना करण्यासाठी आपल्याला कोणतेही आधारभूत वर्ष निवडावे लागते. व त्या आधारभूत वर्षातील किमतीबरोबर सध्याच्या किमतीची तुलना केली जाते. हे आधारभूत वर्ष (Base year) हे सर्वसाधारण (Normal) वर्ष असावे. या आधार वर्षामध्ये युद्ध, पूर, दुष्काळ, वादळ, महापुर, तसेच आर्थिक मंदी, व्यापारचक्र किंवा भावघट सारख्या घटना घडलेल्या नसाव्यात.
- (५) सरासरी खर्च व वस्तूचे गट - (१) कुटुंबाच्या अंदाजकीय चौकशीचा असा उद्देश असला पाहिजे की, उपभोगाच्या विविध वस्तुवरील कुटुंबाची सरासरी खर्चाची रक्कम निर्देशीत झाली पाहिजे. कुटुंबाच्या अंदाजपत्रकीय चौकशीतून खालील माहिती मिळाली पाहिजे. की उद्योगाच्या विविध वस्तुवरील कुटुंबाची सरासरी खर्चाची रक्कम निर्देशीत झाली पाहिजे.
कुटुंबाच्या अंदाजपत्रकीय चौकशीतून खालील माहिती मिळाली पाहिजे.
- (१) कुटुंबातून वापरलेल्या वस्तूचा दर्जा, संख्या, आणि स्वरूप समजले पाहिजे. आपण आपल्या दैनंदिन व्यवहारात अनेक प्रकारच्या विविध वस्तू वापरत असतो. या सर्व वस्तूंचा समावेश निर्देशांकात करणे शक्य नसते. यापैकी काही वस्तूंचा समावेश निर्देशांकात करणे शक्य असते. त्यामुळे यापैकी काही वस्तू फक्त निर्देशांकात निवडाव्या लागतात. या वस्तू निवडताना समाजाच्या ज्या घटकाचा आपण विचार करतो त्या घटकातील बहुसंख्य वापरातील वस्तू असाव्यात ज्या वस्तूवर कुटुंबाचा मोठा खर्च होतो. अशा वस्तू किंवा जिवनावश्यक वस्तूंचा समावेश निर्देशांकात करावा ज्या कुटुंबाच्या परंपरेनुसार/सवयीनुसार, व चवीनुसार त्याच्या वस्तूच्या उपभोगाच्या गरजा ठरवाव्यात. (१) अन्न (२) कपडे (३) सरपण आणि वीज (४) घरभाडे (५) इतर खर्च. अशा गटात वर्गीकरण करावे. या गटाचे परत उपगट करावेत. उदा. अन्न या गटामध्ये तांदुळ, गहू साखर, तुप इत्यादीत उपगट करावेत. इतर खर्चात या गटात शिक्षण, आरोग्य, वैद्यकीय फी, भेटवस्तू, वर्तमानपत्र, धोबी इ. वरील खर्चाचा उपगटात विचार करावा. या खर्चांमध्ये उपभोगा व्यतिरिक्त मौद्रिक व्यवहाराचा यात विचार करू नये. उदा. भविष्य निर्वाह निधी, विमा हप्ता, बचत प्रमाण पत्र, खरेदी बॉन्ड्स व व्यवहाराचा यात विचार करू नये.
- (२) वस्तूच्या गटातील प्रत्येक वस्तू वरील खर्च हा एकूण गटावरील खर्चाच्या प्रमाणात असावा.
- (३) वस्तूच्या सर्व गटातील प्रत्येक गटातील खर्च हा सर्व गटावरील खर्चाच्या प्रमाणात असावा.
- (६) विविध वस्तूंच्या किरकाळ किंमती - निर्देशांकात आपण ज्या वस्तूची निवड करता, त्या वस्तूंच्या किमती आपल्याला गोळा कराव्या लागतात. वस्तूच्या किंमती स्थळानुसार बदलतात. ऐवढेच नाही तर दुकानानुसार वस्तूंच्या किंमती बदलतात. त्यामुळे प्रतिनिधीक वस्तूंच्या किंमती प्रतिनिधीक जागेवरून

निवडाव्यात त्यासाठी शक्य असल्यास किंमत निवेदीका जमा कराव्यात निवडलेल्या विविध दुकानातून, विविध स्थळावरून व विविध व्यक्तींकडून ज्या वस्तू निवडल्या आहेत त्याच्या किंमती मागविल्या जातात.

किंमतीच्या संदर्भात उद्भवणारा दुसरा प्रश्न म्हणजे वस्तूच्या घाऊक किंमती लक्षात घ्याव्यात की किरकोळ किंमती हा असतो. उपभोक्त्याच्या वस्तूच्या किंमतीचा निर्देशांक काढतो. तेव्हा किरकोळ किंमती लक्षात घ्याव्यात तसेच रोख किंमत विचारात घ्यावी उधारीची किंमत विचारात घेऊ नये.

निर्देशांकाची रचन (Construction of index Numbers)

राहणी खर्च निर्देशांक तयार करताना कोणत्या वर्गातील लोकांचा राहणीखर्चाचा निर्देशांक तयार करायचा आणि निवडलेल्या वस्तूच्या कितीची निवड करावी लागते. ह्या दोन घटकाचा विचार करावा लागतो.

८.४.२ राहणी खर्च निर्देशांकाच्या पद्धती

(Method of cost of living index Numbers)

राहणीखर्च निर्देशांक तयार करण्याच्या दोन पद्धती (Method) आहेत

(१) एकूण खर्च पद्धती Aggregate Expenditure method

(२) कौटुंबिक अंदाजपत्रक पद्धती Family Budget method

(१) **एकूण खर्च पद्धती** – या पद्धतीत ग्राहकाने किंवा उपभोक्त्याने आधार वर्षात उपभोग्य वस्तूंच्या उपभोगलेल्या मालांना त्याच्या किंमतीने गुणाकार करून त्याचे एकूण मूल्य लक्षात घेतले जाते. तसेच उपभोक्त्याचा प्रस्तुत वर्षातील उपभोग्य वस्तूवरील खर्च लक्षात घेऊन त्याची बेरीज केली जाते. व प्रस्तुत वर्षातील एकूण खर्चाला आधार वर्षातील एकूण खर्चाने भागाकार करून मिळणाऱ्या गुणोत्तरास १०० ने भाग दिला जातो. म्हणजेच ग्राहक किंमत निर्देशांक (Consumer price index)

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$$

थोडक्यात पूर्वी आपण शिकलेली लासपिअर्सची पद्धती म्हणजेच ग्राहक किंमत निर्देशांक होय. ही पद्धती अत्यंत सोपी आहे.

(२) **कौटुंबिक अंदाजपत्रक पद्धती** –

या पद्धतीत भाराचा उपयोग केला जातो. यात मूल्यभार (Value weight) उपयोगात आणले जातात. मूल्यभार म्हणजे वस्तूची किंमत × वस्तूच्या मात्रा (परिमाण) = $P_0 \times Q_0$ प्रत्येक वस्तूची किंमत गुणोत्तर काढून $\left(\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100 \right)$ त्याला त्याच्या मूल्यभारांनी गुणाकार केला जातो. थोडक्यात,

$$\text{ग्राहक किंमत निर्देशांक } P_{01} = \frac{\sum PV}{\sum V}$$

$$P = \frac{P_1}{P_0} \times 100 \text{ किंमत गुणोत्तर निर्देशांक}$$

$$V = P_0 \times Q_0 \text{ मूल्यभार}$$

८.४.३ Computation – सोडवणे.

उदा खालील दिलेल्या माहितीच्या आधारे (१) एकूण खर्च पद्धतीने, व (२) कौटुंबिक पद्धतीने निर्देशांक काढा.

1995		1996	
वस्तू	भार	किंमत	किंमत
A	5	2.0	4.5
B	7	2.5	3.2
C	6	3.0	4.5
D	2	1.0	1.8

एकूण खर्च पद्धतीने ग्राहक किंमत निर्देशांक कृती

1995		1996		Po Qo	P, Qo
वस्तू	भार Q ₀	किंमत P ₀	किंमत P ₁		
A	5	2.0	4.5	10.0	22.0
B	7	2.5	3.2	17.5	22.4
C	6	3.0	4.5	18.0	27.0
D	2	1.0	1.8	3.6	3.6
				49.1	75.0

ग्राहक किंमत निर्देशांक (Consumer Price Index)

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$$

$$= \frac{75.0}{49.1} \times 100 = 150$$

(२) कौटुंबिक अंदाजपत्रक पद्धतीने राहणीखर्च किंवा ग्राहक किंमत निर्देशांक -
(Family Budget Method)

1995		1996		$P_{01} = \frac{P_1}{P_0} \times 100$	P ₀ Q ₀	PV
वस्तू	भार Q ₀	किंमत P ₀	किंमत P ₁			
A	5	2.0	4.5	$\frac{4.5}{2.0} \times 100 = 220$	10.0	2200
B	7	2.5	3.2	$\frac{3.2}{2.5} \times 100 = 130$	17.5	2275
C	6	3.0	4.5	$\frac{4.5}{3.0} \times 100 = 150$	18.0	2700
D	2	1.0	1.8	$\frac{1.8}{1.0} \times 100 = 180$	2.0	360
					47.5	7535

$$P_{01} = \frac{\sum PV}{\sum V} = \frac{7535}{47.5} = 15.8$$

खालील आकडेवारीच्या मदतीने 1999 च्या मूल वर्षावर 1995 चा निर्देशांक काढा.

वस्तू	A	B	C	D	E
किंमत (1995)	80	75	100	110	365
किंमत (1999)	100	35	120	130	345

कृती

वस्तू	1995 किंमत (रु) P ₀	1999 किंमत (रु) P ₁
A	80	100
B	75	35
C	100	120
D	110	130
E	365	345
	730	730

$$P_{01} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100$$

$$= \frac{730}{730} \times 100$$

निर्देशांक P₀₁ = 100

Example - Construct the cost of living index for the year 1983 with 1981 as the base using weighted price Relative.

Item	Unit	Price 1981	Price 1983	wight
A	K.g	0.50	0.75	10%
B	Litre	0.60	0.75	25%
C	Dozen	2.00	2.40	20%
D	K.g	0.80	1.00	40%
E	One paire	8.00	10.00	5%

Solution The consumer Peice index is obtained by the Method of Weightal Price relatives computation of cost of fing index Number.

Item	Price in Rupess		Price Relatives	Weight	PV
	1981 (P ₀)	1983 (P ₁)	$P = 100 \times \frac{P_1}{P_0}$		
A	0.50	0.75	$100 \times \frac{0.75}{0.50} = 150$	10	1500
B	0.60	0.75	$100 \times \frac{0.75}{0.60} = 125$	25	3125
C	2.00	2.40	$100 \times \frac{2.40}{2.00} = 120$	20	2400
D	0.80	1.00	$100 \times \frac{1.00}{0.80} = 125$	40	5000
E	8.00	10.00	$100 \times \frac{10.00}{8.00} = 125$	5	625
Total				100	12650

$$\text{Cost of Living Index} = \frac{\sum PV}{\sum V} = \frac{12650}{100} = 126.5$$

८.४.४ राहणी खर्च निर्देशांकाची उपयुक्तता किंवा उपयोग (uses of Cost of living Index Number)

(मौद्रिक वेतनात) पैशाच्या स्वरूपातील वेतनात बदल झाल्यामुळे वास्तव वेतनात वाढ झाली कि घट झाली हे राहणी खर्च निर्देशांकाच्या सहाय्याने निर्देश करता येते. वेगळ्या शब्दात असे सांगता येईल की, या निर्देशांकामुळे वास्तव वेतनाची गणना करता येते. आणि पैशाच्या खरेदी शक्तीतील बदल ठरविण्यासाठी महत्वाचे आहेत.

$$\text{पैशाची खरेदी शक्ती} = \frac{१}{\text{राहणी खर्च निर्देशांक}}$$

$$\text{वास्तव वेतन} = \frac{\text{मौद्रिक वेतन}}{\text{राहणी खर्च निर्देशांक}} \times १००$$

- (२) राहणी खर्च निर्देशांकाचा खरा उपयोग वेतन करारात होत असतो.
- (३) याशिवाय राहणीखर्च निर्देशांक सरकारला वेतन धोरण, किंमत धोरण, खंड नियंत्रण कर व इतर आर्थिक धोरण ठरविताना मार्गदर्शक ठरतात.
- (४) चलनाचे मुल्य किंवा चलनाची खरेदी शक्ती मोजण्यासाठी ग्राहक किंमत निर्देशांक उपयोगी ठरतात.
- (५) विशिष्ट वस्तूला असलेल्या बाजारपेठांच्या विश्लेषणासाठी यांचा उपयोग होतो.

८.५ स्वयं अध्ययनासाठी प्रश्न

- (१) निर्देशांक म्हणजे काय ते कसे तयार केले जातात?
- (२) भारीत व अभारित निर्देशांकाचे विवेचन उदाहरणाद्वारे स्पष्ट करा.
- (३) निर्देशांकाची रचना स्पष्ट करा.
- (४) निर्देशांक तयार करताना येणाऱ्या अडचणी सांगा.
- (५) निर्देशांकाचा अर्थ सांगून निर्देशांकाचे महत्व व मर्यादा स्पष्ट करा.
- (६) टिपा लिहा.
 - (१) फिशरचा आदर्श निर्देशांक
 - (२) किंमत निर्देशांकाचे प्रकार
 - (३) राहणीखर्च निर्देशांकाची उपयुक्तता किंवा उपयोग.
 - (४) राहणीखर्च निर्देशांकाच्या पद्धती
- (७) खालील माहितीवरून लासपिअर्सचा, पाश्चेचा व फिशरचा निर्देशांक काढा.

आधारवर्ष २००२			चालू वर्ष २००८	
वस्तू	किंमत	वजन	किंमत	वजन
A	10	20	16	16
B	12	24	20	20
C	16	10	24	12
D	20	8	26	18
E	24	6	16	14

८.६ सरांश

अर्थव्यवस्थेत निर्देशांकाचा आर्थिक व्यापक प्रमाणावर वापर करण्यात येतो. निर्देशांकाच्या सहाय्याने केवळ पैशाच्या गुद्यात होणाऱ्या बदलाचे मापन करता येते असे नाही तर यामुळे राष्ट्रीय ---- बेकारी, औद्योगिक उत्पादन, राहणीमान इत्यादी सारख्या विविध घटकांचे पद्धतशिर अध्ययन करता येते. निर्देशांकाचे अनेक प्रकार आहेत. निर्देशांकाचा विविध फारच महत्व प्राप्त झाले आहे.

देशातील आर्थिक धोरण इरविण्यासाठी निर्देशांकाचा उपयोग होतो. देशातील किंमतीची पातळी सातत्याने वाढत असेल तर वेतन महागाई भत्ता इत्यादीत वाढ करण्यासाठी, सहभागाची पातळी अजमावण्यासाठी, धोरणांच्या अमलबजावणीचा मागोवा घेण्यासाठी पैशाचे मुख्य मापनासाठी निर्देशांकाचा उपयोग होतो. दोन विभिन्न देशातील शक्तीमानाची तुलना करण्यासाठी चलनाच्या खरेदीशक्तीची तुलना करण्यासाठी निर्देशांकाची गरज असते. देशाची आर्थिक प्रगती व आंतरराष्ट्रीय व्यापाराची दिशा इत्यादीचे योग्य चित केवळ निर्देशांकामुळेच स्पष्ट होत असते. या प्रमाणे निर्देशांकाचा व्यापक प्रमाणावर उपयोग होतो.

८.७ पारिभाषिक शब्द, शब्दार्थ

Base Year	-	आधारवर्ष
Chain Index Number	-	शृंखला निर्देशांक
Cost of Living Index	-	राहणीखर्च निर्देशांक
Consumers peice	-	ग्राहक किंमत
Index number	-	निर्देशांक
Price Index	-	किंमत निर्देशांक
Quantity Inded	-	वजन निर्देशांक
Retail Price Index	-	किरकोळ किंमत निर्देशांक
Sampling Method	-	नमुना पद्धती
Simple Series	-	साधी पदमाला
Value Indedx	-	मुल्य निर्देशांक
Weight	-	भार
Weighted mean	-	भारमध्य
Weighted Index Number	-	भारिम निर्देशांक
Weighted Anerage	-	भारीत सरासरी
Whole sale price Index	-	घाऊक किंमत निर्देशांक

८.७.१ Symbols

O	=	अवलोकीत मूल्य
P	=	संभाव्यता
Po	=	आधार वर्षातील किंमत
P1	=	प्रचलित वर्षातील किंमत
Q1 Q2 Q3	=	प्रथम, द्वितीय, तृतीय चतुर्थक
Qo	=	आधार वर्षातील परिमाण
Po1	=	वस्तुच्या किंमतीचा निर्देशांक
Qo1	=	परिमाण निर्देशांक
Q1	=	प्रचलित वर्षातील परिमाण
W	=	भार

८.८ संदर्भ सूची

- (१) Gupta C.B. & Gupta vijay (2008) An Introduction to Stastics Method, New Deilhi : Vikash Publication House PVT Ltd. Page No - 367 to 423
- (२) Gupta S.C & Kapoor V.K (2004) Fundamentals of Applied Statistics New Delhi: Saltanchand & Sons Educational Publisher, Page No - 3.1 to 7.73

- (३) Mahagani A.K, Sabne P.R, Date Sayashree, Telang Anjali (1990) Commercial Arithmetic & Statistics, Pune: Manali Prakashan, Page No 31 to 51
- (४) Dixit P.G., Prayas V.R., Kapre P.S (2000) Statistic Methods I Pune: Nirali Prakashan Page No - 208.
- (५) खटाळ बी.जी (२०१२) सांख्यिकीय पद्धती जळगाव, प्रशांत पब्लिकेशन, पृ.क्र. १५९ ते १८१
- (६) देशमुख राम (२०११) मूलभूत सांख्यिकी नागपुर, विद्या प्रकाशन, पृ. क्र. २९१ ते ३३८.
- (७) धायगुडे मा. गो (१९९०) व्यापारी अंकगणित आणि संख्याशास्त्र, पुणे, सुविचार प्रकाशन, पृ. क्र २१३ ते २२०

